

Aplikasi Metode Root-Locus dengan Aproksimasi Padé untuk Analisis Pengaruh *Time Delay* pada Kestabilan Sistem Kendali

Arief Muhammad Luthfi Yanuar¹, Fuqaha Asnan Said^{2*}, Reihan Diaz Pramudya³,
Jilan Ma'rifat Al Faiz⁴, Tatyantoro Andrasto⁵

¹⁻⁵ Teknik Komputer, Fakultas Teknik, Universitas Negeri Semarang, Indonesia

Email : ariefmhmdl@students.unnes.ac.id fuqahaasnansaid@students.unnes.ac.id

reihandiaz978@students.unnes.ac.id jilaanmarifat@students.unnes.ac.id tatyantoro@mail.unnes.ac.id

Abstract: Control systems with time delays introduce system stability problems because time delays cause exponential effects to the system response. Conventional root-locus methods cannot be used directly on systems with delays due to irrational mathematical forms. This study analyzes the shifting effect of time delay on the stability of linear control systems by using the first-order Padé approach to enable the application of the root-locus method. The system model used is a second-order linear system with a transfer function of $G(s) = \frac{K}{s^2 + 5s + 6}$, and is analyzed under conditions without delay and with delays of 0.5, 1, and 1.5 seconds. Simulations were performed using MATLAB software. The results show that the addition of delay causes a right pole shift of the imaginary axis, reduces the stability margin of the system, and results in a more oscillative response as well as a longer time for the system to stabilize. The first-order Padé approach is shown to be effective in facilitating the visual analysis of stability in time-delayed systems. The findings make a practical contribution in adapting classical analysis techniques to the needs of modern control systems and can be widely applied in the development of network-based control systems, industrial automation, and real-time control.

Keywords: Padé Approximation; MATLAB; Root-Locus; Control System; Time Delay.

Abstrak: Sistem kendali yang mengalami keterlambatan waktu sering kali menghadapi masalah kestabilan karena efek eksponensial yang ditimbulkan pada respons sistem. Metode *root-locus* konvensional tidak dapat digunakan langsung pada sistem yang memiliki keterlambatan atau *delay* karena bentuk matematis yang tidak rasional. Penelitian ini menganalisis efek pergeseran keterlambatan waktu pada kestabilan sistem kendali linier dengan menggunakan pendekatan Padé orde-1 untuk memungkinkan penerapan metode *root-locus*. Model sistem yang digunakan berupa sistem linier orde dua dengan fungsi alih $G(s) = \frac{K}{s^2 + 5s + 6}$, dan dianalisis dalam kondisi tanpa *delay* dan dengan *delay* sebesar 0.5, 1, dan 1.5 detik. Simulasi dilakukan menggunakan perangkat lunak MATLAB. Hasil menunjukkan bahwa penambahan *delay* menyebabkan pergeseran pole ke kanan sumbu imajiner, mengurangi margin kestabilan sistem, dan menghasilkan respon yang lebih osilatif serta waktu sistem untuk mencapai stabil lebih panjang. Pendekatan Padé orde-1 terbukti efektif dalam memfasilitasi analisis visual kestabilan pada sistem tertunda waktu. Temuan ini memberikan kontribusi praktis dalam mengadaptasi teknik analisis klasik untuk kebutuhan sistem kendali modern dan dapat diterapkan secara luas dalam pengembangan sistem kendali berbasis jaringan, otomasi industri, dan kontrol *real-time*.

Kata kunci: Aproksimasi Padé; MATLAB; Root-Locus; Sistem Kendali; Waktu Tunda.

1. PENDAHULUAN

Pada masa ini, sistem kendali memiliki peran yang sangat penting dalam memastikan performa dan keandalan berbagai aplikasi. Sistem kendali banyak digunakan dalam aplikasi otomasi industri, robotika, hingga sistem komunikasi. Sistem kendali digunakan untuk mengubah atau mengontrol keluaran (*output*) dari suatu sistem. Maka dari itu, kestabilan sistemnya menjadi syarat yang harus dipenuhi. Namun, dalam implementasinya, banyak sistem kendali yang mengandung elemen *time delay* (waktu tunda) akibat proses transmisi sinyal, pemrosesan data digital, atau jarak geografis antar komponen sistem [1]. Keberadaan *delay* ini bukan hanya mengurangi performa, akan tetapi juga dapat menimbulkan osilasi, bahkan

ketidakstabilan sistem secara keseluruhan, meskipun pada kondisi standar sistem tersebut stabil [2]. Karena *delay*, sistem jadi makin kompleks dan dianggap *infinite-dimensional*. Hal ini membuat penerapan metode konvensional menjadi sulit. Oleh karena itu, atensi telah diberikan terhadap karakterisasi kestabilan sistem dengan time delay, baik melalui pendekatan frekuensi maupun domain waktu [3].

Meskipun metode *root-locus* telah terbukti sebagai alat analisis yang intuitif dan luas digunakan dalam perancangan sistem kendali linier, pendekatan ini secara inheren terbatas pada sistem *finite-dimensional*. Ketika *time delay* muncul, model sistem menjadi *infinite-dimensional* karena adanya elemen eksponensial e^{-sT} dalam fungsi alih, sehingga mengubah karakteristik sistem menjadi melebihi batas. Akibatnya, *root-locus* konvensional tidak dapat langsung diaplikasikan tanpa melakukan aproksimasi atau transformasi terlebih dahulu [4]. Fungsi `rlocus()` yang ada pada perangkat lunak MATLAB pun tidak mampu menangani delay secara eksplisit, memaksa untuk menggunakan metode numerik khusus atau pendekatan alternatif untuk menghasilkan *root-locus* yang valid [5]. Selain itu, keakuratan pendekatan ini sangat tergantung pada bentuk dan orde aproksimasi yang digunakan, yang jika tidak dipilih dengan hati-hati dapat menghasilkan kesalahan signifikan dalam prediksi kestabilan [6].

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan pendekatan sistematis dalam menganalisis kestabilan sistem kendali yang mengandung *time delay* melalui integrasi metode *root-locus* dengan pendekatan *Padé Approximation* (pendekatan Padé). Mengingat bahwa representasi eksponensial dari *delay* menyebabkan kesulitan dalam analisis sistem linier klasik, *Padé approximation* dipilih sebagai solusi rasional yang memungkinkan representasi *delay* dalam bentuk pecahan polinomial, sehingga dapat dianalisis dalam kerangka *root-locus*. Penelitian ini akan mengevaluasi secara kuantitatif pengaruh orde *Padé Approximation* terhadap ketepatan lokasi pole dan margin kestabilan, serta mengidentifikasi keterbatasan dan potensi *trade-off* antara akurasi model dan kompleksitas komputasi. Di samping itu, metode ini juga akan diuji menggunakan perangkat lunak MATLAB untuk menunjukkan efektivitasnya dalam memvisualisasi pergeseran pole akibat delay secara intuitif dan grafis.

2. TINJAUAN LITERATUR

Sistem Kendali

Sistem kendali merupakan sistem yang dirancang untuk mengatur, mengarahkan, atau mempertahankan keluaran suatu sistem agar sesuai dengan nilai yang diinginkan melalui aksi kontrol terhadap masukan (*output*). Umumnya, sistem kendali diklasifikasikan menjadi dua jenis utama, yaitu *open-loop* dan *closed-loop*. Sistem *open-loop* mengatur keluaran tanpa

mempertimbangkan kondisi aktual sistem, sementara sistem *closed-loop* memanfaatkan umpan balik (*feedback*) untuk menyesuaikan aksi kontrol agar mendekati keluaran target .

Sistem kendali *open-loop* secara matematis memiliki rumus :

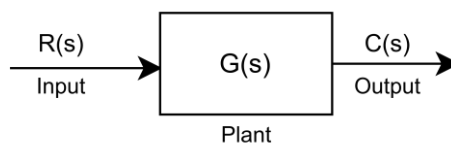
$$C(s) = G(s) \times R(s) \quad (1)$$

Dimana:

$C(s)$ = Representasi Laplace dari keluaran sistem.

$G(s)$ = Fungsi transfer dari proses atau plant. Ini menggambarkan hubungan dinamis antara masukan ke proses dan keluaran dari proses.

$R(s)$ = Representasi Laplace dari masukan referensi.



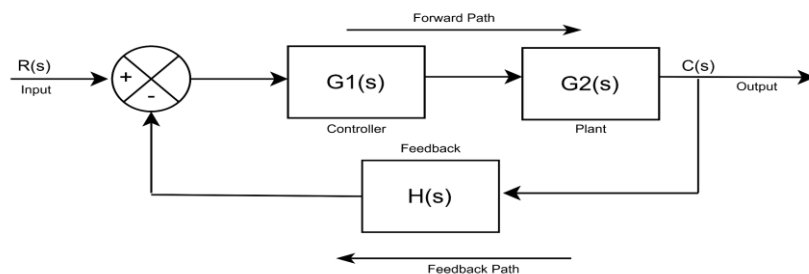
Gambar 1. Block diagram *open-loop*

Sedangkan sistem *closed-loop* memiliki rumus (2):

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (2)$$

Dimana:

- $T(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$ merupakan fungsi transfer keseluruhan sistem, yang menggambarkan bagaimana keluaran merespons masukan.
- $G(s)$ merupakan fungsi transfer jalur maju (*forward path*), yang mencakup kontroler dan plant.
- $H(s)$ merupakan fungsi transfer jalur umpan balik (*feedback path*), yang menggambarkan bagaimana keluaran diukur dan di umpan balik.



Gambar 2. Block Diagram *closed-loop*.

Dalam sistem *closed-loop*, informasi keluaran diukur dan dibandingkan dengan referensi, kemudian digunakan oleh kontroler untuk memodulasi masukan sehingga kestabilan dan performanya dapat terjaga .

Komponen utama dalam sistem kendali meliputi elemen referensi, sensor, aktuator, plant, dan kontroler, yang bersama-sama membentuk *control loop*. Seiring dengan perkembangan teknologi, sistem kendali modern juga mencakup pendekatan lanjutan seperti kendali prediktif, kendali *fuzzy*, dan sistem kendali multivariabel yang mampu menangani sistem kendali tak linear dan gangguan eksternal secara lebih adaptif. Peran dari kestabilan sistem kendali sangatlah penting, karena ketidakstabilan sistem dapat menyebabkan osilasi tak terkontrol atau bahkan kegagalan sistem secara total, khususnya pada sistem yang beroperasi secara *real-time* dan *safety-critical*.

Delay Waktu

Dalam sistem kendali, *time delay* atau keterlambatan waktu adalah fenomena dimana terjadi penundaan antara sinyal kontrol kepada semua perubahan yang dapat diamati di variabel proses [13]. Secara matematis, delay ini sering dimodelkan sebagai elemen eksponensial dalam domain laplace, yaitu e^{-sT} , yang menjadikan sistem bersifat transendental (melampaui batas) dan *infinite-dimensional* [14]. Keberadaan *delay* dapat menyebabkan penurunan performa dalam sistem kendali dikarenakan adanya osilasi yang tak diinginkan, dan dapat terjadi instabilitas total apabila tidak dikelola dan ditangani secara tepat [15].

Penambahan keterlambatan waktu dapat menggeser lokasi pole ke kanan sumbu imajiner pada domain laplace, yang berarti sistem menjadi tidak stabil. Karakteristik kestabilan sistem dengan *delay* sangat bergantung kepada besar dan jenis-jenis *delay*, yaitu *delay* tetap, *delay* berubah-ubah, dan *delay* terdistribusi [16]. Maka dari itu, analisis dan kompensasi *delay* menjadi fokus penting dalam pengembangan sistem kendali modern, terutama pada sistem kendali berbasis jaringan (*networked control systems*) yang rentan terhadap latensi komunikasi.

Root-Locus

Root-locus adalah metode yang digunakan untuk menganalisis dan mendesain sistem kendali. Teknik ini dikembangkan oleh W.R. Evans [17] dan sejak saat itu menjadi alat penting dalam merancang kontroler karena dapat memvisualisasikan efek perubahan parameter terhadap kestabilan dan performa sistem secara langsung di bidang kompleks (*s-plane*). Metode *root-locus* memungkinkan untuk mengevaluasi karakteristik kestabilan, respons transien, dan sensitivitas terhadap variasi parameter dengan cara yang intuitif [18]. Secara matematis, *root-locus* memiliki persamaan yakni (3),(4),(5):

$$1 + G(s)H(s) = 0 \quad (3)$$

Persamaan ini merupakan kondisi karakteristik sistem tertutup, di mana $G(s)$ adalah fungsi sistem alih terbuka dan $H(s)$ adalah fungsi alih dari jalur umpan balik. Persamaan ini dapat diubah menjadi:

$$G(s)H(s) = -1 \quad (4)$$

Artinya, untuk setiap nilai s yang membuat $G(s)H(s) = -1$, sistem berada pada batas kestabilan. Selanjutnya, jika $G(s)H(s)$ dinyatakan dalam bentuk umum:

$$G(s)H(s) = K \frac{\prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\prod_{j=1}^n (s - p_j)} \quad (5)$$

Dimana:

- K adalah penguatan sistem (gain).
- z_i adalah nol (*zero*) dari sistem.
- p_j adalah kutub (*pole*) dari sistem terbuka.

Root-locus dibangun dengan memplot semua nilai s yang memenuhi kondisi di atas untuk berbagai nilai K mulai dari 0 hingga tak hingga (∞). Jalur pergerakan kutub inilah yang dikenal sebagai "lokus akar" atau *root-locus*. Metode ini juga banyak digunakan dalam desain kompensator, seperti *lead* dan *lag compensator*, untuk mencapai spesifikasi performa yang diinginkan baik di domain waktu maupun frekuensi. Kompensator berbasis root locus mampu memenuhi lebih dari satu spesifikasi sistem secara simultan, seperti waktu stabil dan error keadaan stabil [19].

Padé Approximation

Padé approximation merupakan metode aproksimasi atau pendekatan rasional yang digunakan dalam sistem kendali untuk merepresentasikan ekspresi eksponensial akibat *time delay* (e^{-st}) yang berbentuk pecahan polinomial. Metode pendekatan ini memungkinkan transformasi sistem *infinite-dimensional* menjadi *finite-dimensional*, sehingga memungkinkan aplikasi metode analisis klasik seperti *root-locus*, *bode plot*, dan *routh-hurwitz* [7]. Dibandingkan dengan metode pendekatan taylor atau metode deret lainnya, *Padé approximation* memiliki keunggulan dalam akurasi numerik karena memberikan representasi yang jauh lebih baik terhadap sifat frekuensi tinggi dari delay [20]. Bahkan pada sistem dengan komponen fraksional orde atau sistem FOTD (*First-Order Plus Time Delay*), *Padé approximation* terbukti mempercepat respons kinerja sistem dan mengurangi osilasi pada simulasi kontrol tertutup .

Untuk penelitian ini, digunakan *Padé approximation* orde-1, yang dirumuskan sebagai (6):

$$e^{-st} \approx \frac{1 - \frac{sT}{2}}{1 + \frac{sT}{2}} \quad (6)$$

Di mana:

- T adalah nilai *time delay*,
- s adalah variabel kompleks dalam domain Laplace.

Pendekatan *Padé approximation* orde-1 menghasilkan model rasional berdimensi rendah yang cukup representatif untuk *delay* kecil hingga sedang, serta tetap efisien secara komputasi.

3. METODE

Pemodelan Sistem

Sistem kendali yang dianalisis dalam penelitian ini dimodelkan sebagai sistem linier waktu kontinu dengan fungsi alih orde dua, yang memiliki bentuk umum (6):

$$G(s) = \frac{K}{(s+a)(s+b)} \quad (7)$$

Di mana K merupakan gain atau penguatan sistem, dan a, b adalah konstanta waktu yang merepresentasikan lokasi *pole* pada sistem terbuka. Fungsi alih ini dipilih karena bersifat representatif dalam sistem fisik sederhana seperti motor DC atau sistem termal. Model ini kemudian digunakan sebagai dasar untuk mengevaluasi pengaruh delay terhadap kestabilan sistem menggunakan metode *root-locus*.

Aproksimasi Delay dengan Padé

Time delay dalam sistem dikarakterisasi oleh elemen eksponensial e^{-sT} , yang tidak dapat dianalisis menggunakan teknik *root-locus* konvensional karena bentuknya tidak rasional. Untuk mengatasi hal ini, digunakan *Padé approximation* orde pertama (7):

$$e^{-sT} \approx \frac{1 - \frac{sT}{2}}{1 + \frac{sT}{2}} \quad (8)$$

Pendekatan ini memungkinkan transformasi ekspresi *delay* ke bentuk pecahan rasional sehingga dapat dikombinasikan secara langsung dengan fungsi alih sistem awal. Pemilihan orde pertama dilakukan untuk menjaga kesederhanaan model dan efisiensi komputasi, meskipun terdapat *trade-off* dalam akurasi.

Simulasi MATLAB

Simulasi dilakukan menggunakan perangkat lunak MATLAB, dengan memanfaatkan fungsi `rlocus()` untuk menghasilkan plot *root-locus* dari sistem dengan dan tanpa *delay*. Beberapa nilai *delay* yang dianalisis mencakup 0 s, 0,5 s, 1 s, dan 1,5 s untuk mengamati tren pergeseran pole. Aproksimasi delay dikalikan secara simbolik dengan fungsi alih asli untuk membentuk *time delay*. Setelah itu, dilakukan *plotting root-locus* untuk masing-masing kondisi guna mengevaluasi dampak delay terhadap margin kestabilan sistem.

- Menggunakan `rlocus()` untuk sistem tanpa dan dengan delay:

```
rlocus(G); % Root locus dasar
```

Gambar 3. Code Program Root locus.

- Delay: 0, 0.5, 1, 1.5 s:

```
delay_times = [0.5, 1, 1.5];
```

Gambar 4. Code Program Delay.

Algoritma

Algoritma 1. Simulasi Root-Locus dengan Delay

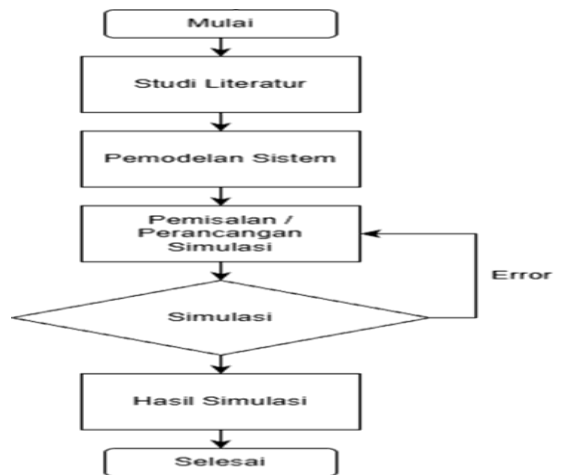
MASUKAN: Fungsi alih $G(s)$, nilai delay T

KELUARAN: Grafik Root-Locus dan posisi pole

- 1: Definisikan $G(s)$ tanpa delay.
 - 2: Aproksimasi delay dengan Padé orde-1.
 - 3: Kalikan $G(s)$ dengan aproksimasi delay.
 - 4: Gunakan fungsi `rlocus()` untuk membangkitkan diagram *root-locus*.
 - 5: Evaluasi posisi pole terhadap sumbu imajiner untuk setiap nilai delay.
-

Diagram Alir (flowchart)

Diagram Alir (*flowchart*) digunakan untuk menggambarkan langkah-langkah utama dari pemodelan sistem hingga evaluasi kestabilan melalui metode *root-locus* dengan integrasi *Padé approximation*. Penyusunan *flowchart* ini bertujuan untuk memudahkan pemahaman terhadap urutan proses dan logika algoritmik simulasi.



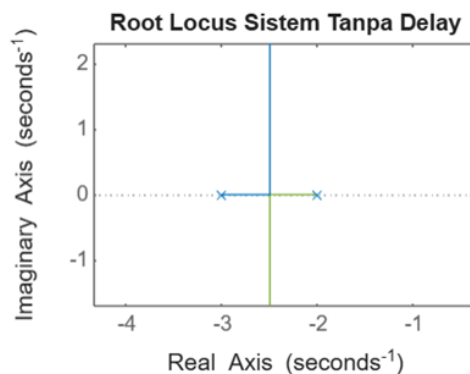
Gambar 5. Flowchart simulasi

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Simulasi Sistem Tanpa Delay

Analisis awal dilakukan terhadap sistem kendali linier berorde dua tanpa komponen delay, dengan fungsi alih (9):

$$G(s) = \frac{K}{s^2 + 5s + 6} \quad (9)$$

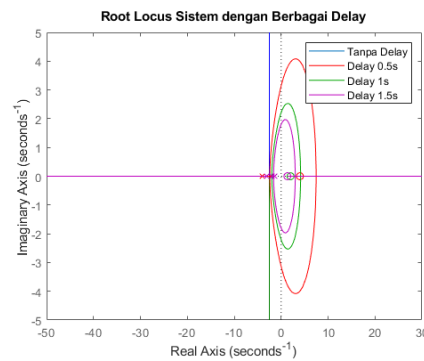


Gambar 6. Hasil simulasi tanpa delay.

Plot *root-locus* pada Gambar 6 menunjukkan bahwa seluruh pole sistem tertutup bergerak dari dua pole nyata negatif menuju arah tak hingga seiring peningkatan nilai gain K . Pergerakan pole tetap berada di sisi kiri sumbu imajiner, yang mengindikasikan bahwa sistem dalam kondisi tanpa *delay* secara intrinsik stabil untuk seluruh rentang gain positif. Hasil ini konsisten dengan teori *root-locus* klasik yang menyatakan bahwa kestabilan sistem linier dipertahankan selama seluruh pole sistem tertutup berada pada setengah bidang kiri (LHP) dari *s*-domain.

Hasil Simulasi Sistem dengan Delay (Padé Approximation orde-1)

Penambahan komponen *delay* dimodelkan dengan menggunakan *Padé Approximation* orde-1, dengan *delay* sebesar 0,5 s, 1 s, dan 1,5 s. Aproksimasi ini memungkinkan ekspresi e^{-sT} diubah menjadi bentuk rasional, sehingga dapat digabungkan dengan fungsi alih sistem awal.

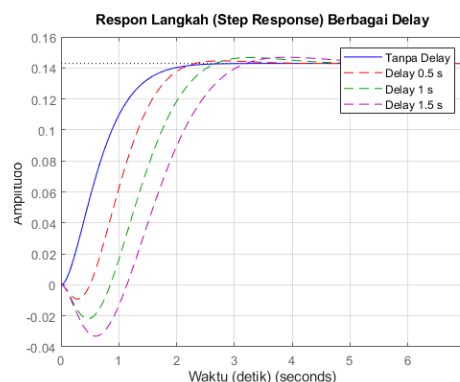


Gambar 7. Hasil simulasi dengan penambahan delay

Hasil plot sistem *root-locus* pada Gambar 7 menunjukkan bahwa semakin besar nilai *delay*, pole sistem tertutup cenderung bergeser mendekati batas kestabilan namun sistem masih relatif aman. Pada *delay* 1 s, sistem menunjukkan kondisi marginal dengan pole yang semakin dekat ke sumbu imajiner. *Delay* sebesar 1.5 s menyebabkan pole berpindah melewati sumbu imajiner, yang mengindikasikan kecenderungan sistem menuju ketidakstabilan.

Analisis Step Response

Analisis *step response* memperkuat temuan *root-locus*. Pada sistem tanpa *delay*, respon sistem cepat mencapai keadaan stabil dengan sedikit atau tanpa *overshoot*. Sebaliknya, pada sistem *delay*, terjadi peningkatan waktu naik, waktu stabil, dan *overshoot*. Peningkatan nilai *delay* menyebabkan respon sistem semakin lambat, kurang presisi, dan cenderung lebih osilatif. Untuk *delay* 1.5 s, respon sistem menunjukkan kecenderungan *overshoot* tinggi dan waktu stabilisasi yang tidak efisien, menandakan sistem berada pada kondisi tidak stabil, seperti yang terlihat pada Gambar 8.



Gambar 8. Hasil simulasi *step response*

Tabel 1. Pengaruh *Delay* terhadap Sistem Kendali

Delay(T)	Perpindahan Kutub (Pole)	Dampak Kestabilan	Efek pada Respon Sistem
0	Kutub bergerak ke kiri (lebih stabil)	Sistem stabil	Respon cepat, overshoot rendah
0.5 detik	Kutub bergeser ke kanan mendekati imajiner	Kestabilan mulai menurun	Sedikit penundaan, overshoot meningkat
1 detik	Kutub semakin ke kanan, dekat sumbu imajiner	Sistem di ambang kestabilan	Waktu respon lebih lama, overshoot lebih besar
1.5 detik	Kutub melewati sumbu imajiner	Sistem cenderung tidak stabil	Respon lambat, overshoot tinggi, sulit dikontrol

Keterbatasan Penelitian dan Implikasi Penelitian Selanjutnya

Meskipun hasil yang diperoleh memberikan pengetahuan yang mendalam mengenai aplikasi *root-locus* dengan integrasi pendekatan Padé, terdapat keterbatasan yang perlu diperhatikan. Pertama, model sistem yang digunakan merupakan sistem linier orde dua yang sederhana dan belum mencerminkan kompleksitas sistem industri yang bersifat multivariabel, nonlinier, ataupun adaptif. Kedua, Pendekatan Padé yang digunakan dibatasi pada orde pertama. Meskipun cukup akurat untuk nilai *delay* kecil hingga sedang, pendekatan Padé orde rendah dapat kehilangan ketepatan pada sistem dengan *delay* besar atau sistem dengan sensitivitas frekuensi tinggi. Ketiga, simulasi berbasis MATLAB tidak mempertimbangkan faktor lain, misalnya pengaruh noise atau gangguan eksternal lainnya yang sering kali dihadapi dalam implementasi di dunia nyata.

Oleh karena itu, penelitian selanjutnya disarankan untuk mengkaji penggunaan pendekatan Padé dengan menggunakan orde lebih tinggi dan pendekatan numerik alternatif seperti metode rekonstruksi pole atau transformasi bilinear. Pendekatan yang lebih komprehensif ini akan memperkuat validitas eksternal dan meningkatkan nilai terapan dari temuan yang diperoleh.

5. KESIMPULAN

Penelitian ini berhasil menunjukkan bahwa integrasi metode *root-locus* dengan pendekatan Padé orde pertama merupakan cara yang efektif dan praktis untuk menganalisis pengaruh *time delay* terhadap kestabilan sistem kendali linier. Dalam kondisi tanpa *delay*, sistem orde dua yang dianalisis menunjukkan kestabilan penuh di seluruh rentang gain. Namun, penambahan *delay* waktu sebesar 0.5 s, 1 s, dan 1.5 s, yang dimodelkan sebagai e^{-sT} ,

menyebabkan pergeseran pole sistem secara progresif ke arah kanan sumbu imajiner. Pada delay yang cukup besar (lebih dari 1.5 s), sistem mengalami kecenderungan menuju ketidakstabilan, sebagaimana ditunjukkan dalam diagram *root-locus* dan respon langkah yang lebih lambat serta osilatif.

Pendekatan Padé orde pertama dapat mengubah fungsi eksponensial menjadi bentuk rasional, tanpa menghilangkan sifat utama sistemnya, sehingga memfasilitasi analisis kestabilan menggunakan cara klasik. Temuan ini tidak hanya memperkuat teori yang menyatakan bahwa *delay* adalah faktor *destabilizing* dalam sistem kendali tertutup, tetapi juga menawarkan pendekatan secara analitis yang dapat diterapkan secara luas, khususnya di lingkungan industri dan akademik yang menggunakan perangkat simulasi seperti MATLAB.

Kontribusi Penulis: “Konseptualisasi: AM dan FA; Metodologi: AM; Perangkat Lunak: FA; Validasi: JM, RD dan AM; Analisis formal: RD, JM; Kurasi data: AM, RD, dan JM; Penulisan—persiapan draf asli: AM FA; Penulisan—peninjauan dan penyuntingan: AM, JM; TA; Visualisasi: FA, RD”

Pendanaan: Penelitian ini tidak menerima pendanaan eksternal.

Pernyataan Ketersediaan Data: Penulis bersedia artikel penelitian ini dipublikasi.

Ucapan Terima Kasih: Penulis mengucapkan terima kasih kepada Dosen pengampu, rekan kelompok, serta pihak Universitas Negeri Semarang atas dukungan, bimbingan, dan fasilitas yang diberikan selama proses penelitian dan penulisan artikel ini berlangsung. Terima kasih juga disampaikan kepada Jurnal Teknik Elektro dan Komputer (JURITEK) atas kesempatan yang diberikan untuk mempublikasikan karya ilmiah ini.

Konflik Kepentingan: Penulis menyatakan tidak ada konflik kepentingan.

REFERENSI

- Baker, G. (2011). *PID tuning of plants with time delay using root locus* (Master's thesis, San José State University). San José State University ScholarWorks. <https://doi.org/10.31979/etd.hqru-y8br>
- Bolton, W. (2002). *Control systems* (pp. 1–36). Butterworth-Heinemann. <https://doi.org/10.1016/B978-075065461-6/50001-5>
- Chen, L., Zhou, T., Xu, Z., & Zhang, T. (2021). Delay margin computation and controller design of time-delayed AGC system based on root locus analysis. *E3S Web of Conferences*, 252, 01022. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202125201022>
- Cogan, B., & de Paor, A. M. (2011). Analytic root locus and Lambert W function in control of a process with time delay. *Journal of Electrical Engineering*. <https://doi.org/10.2478/v10187-011-0052-9>

- Daniyan, I., Daniyan, L., Ramatsetse, B., & Mpofu, K. (2023). The control system (pp. 60–90). Bentham Science Publishers. <https://doi.org/10.2174/9789815080926123010010>
- Enwerem, C., & Okoro, I. S. (2022). Optimal controller tuning technique for a first-order process with time delay. *arXiv Preprint*, arXiv:2210.08187. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2210.08187>
- Evans, W. R. (1950). Control system synthesis by root locus method. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 69(1), 1–4.
- Fridman, E. (2014). Tutorial on Lyapunov-based methods for time-delay systems. *European Journal of Control*, 20(6), 271–283. <https://doi.org/10.1016/j.ejcon.2014.10.001>
- Kwon, W. H., & Park, P. (2019). *Stability of time-delay systems* (pp. 27–63). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-92704-6_2
- Li, J., Chen, Z., Cai, D., Zhen, W., & Huang, Q. (2016). Delay-dependent stability control for power system with multiple time-delays. *IEEE Transactions on Power Systems*, 31(3), 2316–2326. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2015.2456037>
- Mahmoud, M. S. (2021). An overview of time-delay control systems (pp. 1–82). In *Resilient control design for networked systems* (Vol. 1). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-820599-0.00006-9>
- Mughal, A. M. (2016). Introduction to control systems (pp. 143–159). In *Fundamentals of control systems*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-33906-1_8
- Nesimioglu, B. S., & Soylemez, M. T. (2014). Calculation of all gains providing time-delay independent stability via root locus. In *2014 International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)* (pp. 566–571). IEEE. <https://doi.org/10.1109/CoDIT.2014.6996957>
- Ramakrishnan, K. (2017). Delay-dependent stability of generator-excitation control system using root-locus approach. In *2017 International Conference on Trends in Industrial Measurement and Automation (TIMA)* (pp. 1–6). IEEE. <https://doi.org/10.1109/TIMA.2017.8064827>
- Ríos Flores, M., Márquez-Rubio, J. F., del Muro-Cuéllar, B., & Aranda-Bricaire, E. (2018). Root-locus analysis of delayed first and second order systems. *Enfoque UTE*, 9(4), 69–76. <https://doi.org/10.29019/enfoqueute.v9n4.401>
- Tek, B., Sönmez, Ş., & Ayasun, S. (2020). Delay-dependent stability analysis of a two-area load frequency control system including electric vehicle aggregator and dynamic demand response. In *2020 12th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO)* (pp. 178–182). IEEE.
- Wang, Q. G., Lee, T. H., & Tan, K. K. (1999). Time-delay systems. In *Finite-spectrum assignment for time-delay systems* (Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol. 239, pp. 1–40). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-84628-531-8_1

- Wei, Y., Hu, Y., Dai, Y., & Wang, Y. (2016). A generalized Padé approximation of time delay operator. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 14(1), 181–187. <https://doi.org/10.1007/s12555-013-0240-4>
- Yanarateş, C., & Altan, A. (2024). Compact analysis of the necessity of Padé approximation for delayed continuous-time models in LQR, H-infinity and root locus control strategies. *Black Sea Journal of Engineering and Science*. <https://doi.org/10.34248/bsengineering.1555097>
- Yang, W. (2023). Design and analysis of root locus based controllers. *Journal of Physics: Conference Series*, 2634, 012020. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2634/1/012020>
- Zhang, C.-K., He, Y., Spencer, J. W., Jiang, L., & Wu, M. (2021). Stability analysis and H_∞ control of time-delay systems (pp. 3–22). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-62147-6_1