



Pengaruh Parameter Regularisasi (λ) Terhadap Stabilitas Estimasi Pada Regresi Ridge

Linda Rasiyanti¹, Rohimatul Anwar^{2*}

¹ Sains Data, Institut Teknologi Sumatera, Indonesia

² Kimia, Universitas Lampung, Indonesia

*Penulis Korespondensi: rohimatul.anwar@fmipa.unila.ac.id

Abstract. *Multicollinearity is one of the common issues in multiple linear regression that can lead to instability in the estimation of regression coefficients. This study aims to examine the impact of multicollinearity on regression models and to evaluate the use of Ridge Regression as an alternative estimation method. The study employs simulated data consisting of 1,000 observations, including one dependent variable and four independent variables designed to exhibit high correlation. The analysis begins with model estimation using the Ordinary Least Squares (OLS) method, followed by multicollinearity testing using the Variance Inflation Factor (VIF). The OLS results indicate that most independent variables significantly influence the dependent variable, with a coefficient of determination (R^2) of 0.9863. However, the high VIF values reveal the presence of strong multicollinearity in the model. To address this issue, Ridge Regression is applied, with the optimal penalty parameter determined through cross-validation, yielding a lambda value of 4.201589. The results show that the regression coefficients in the Ridge model undergo shrinkage, resulting in greater stability compared to the OLS estimates. Model evaluation indicates that the Mean Squared Error (MSE) for the OLS model is 24.77, whereas the Ridge model produces an MSE of 29.72. Although the Ridge model exhibits a slightly higher MSE, it effectively mitigates the impact of multicollinearity and provides more stable parameter estimates.*

Keywords: *Multicollinearity; Multiple Linear Regression; Ridge Regression; Shrinkage; Simulation Data.*

Abstrak. Multikolinieritas merupakan salah satu permasalahan dalam regresi linier berganda yang dapat menyebabkan ketidakstabilan pada estimasi koefisien regresi. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis pengaruh multikolinieritas terhadap model regresi serta mengevaluasi penggunaan metode Ridge Regression sebagai alternatif estimasi. Penelitian dilakukan menggunakan data simulasi sebanyak 1000 observasi yang terdiri dari satu variabel dependen dan empat variabel independen yang dirancang memiliki korelasi tinggi. Analisis diawali dengan estimasi model menggunakan metode Ordinary Least Squares (OLS) serta pengujian multikolinieritas menggunakan Variance Inflation Factor (VIF). Hasil estimasi OLS menunjukkan bahwa sebagian besar variabel independen berpengaruh signifikan terhadap variabel dependen dengan nilai koefisien determinasi sebesar 0.9863. Namun demikian, nilai VIF yang tinggi menunjukkan adanya multikolinieritas yang kuat pada model. Untuk mengatasi permasalahan tersebut dilakukan estimasi menggunakan metode Ridge Regression dengan penentuan parameter penalti optimal melalui cross validation yang menghasilkan nilai lambda sebesar 4.201589. Hasil estimasi menunjukkan bahwa koefisien regresi pada model Ridge mengalami proses shrinkage sehingga menjadi lebih stabil dibandingkan model OLS. Evaluasi model menunjukkan bahwa nilai Mean Squared Error (MSE) pada model OLS sebesar 24.77, sedangkan pada model Ridge sebesar 29.72. Meskipun nilai MSE Ridge sedikit lebih besar, metode ini mampu mengurangi dampak multikolinieritas dan menghasilkan estimasi parameter yang lebih stabil.

Kata kunci: Multikolinieritas; Regresi Linier; Ridge Regression; Shrinkage; Simulasi Data.

1. LATAR BELAKANG

Analisis regresi linear merupakan teknik statistik yang penting dalam berbagai disiplin ilmu untuk mengukur hubungan fungsional antara variabel dependen dan sekumpulan variabel independen. Estimasi parameter secara klasik dilakukan dengan metode *Ordinary Least Squares* (OLS). Meskipun OLS bersifat *optimal* dalam kerangka asumsi klasik, performa OLS dapat menurun secara signifikan ketika variabel prediktor mengalami multikolinieritas tinggi,

karena matriks $X'X$ mendekati singular sehingga varians estimator koefisien meningkat dan estimasi menjadi tidak stabil (Owoyemi & Bolakale, 2024)

Untuk mengatasi permasalahan tersebut, dikembangkan teknik regresi regularisasi yang menambahkan penalti terhadap koefisien regresi guna menstabilkan proses estimasi. Salah satu pendekatan yang digunakan adalah regresi Ridge. Regresi Ridge memperkenalkan parameter regularisasi λ dalam bentuk penalti L2 ke fungsi objektif regresi linear. Sejumlah studi menunjukkan bahwa penambahan penalti Ridge memperkecil varians estimator dan mengurangi sensitivitas terhadap multikolinearitas, sehingga menghasilkan estimasi yang lebih stabil dibanding OLS tanpa penalti (Akhtar & Alharthi, 2025; Montesinos-López et al., 2025). Pendekatan penalti ini juga telah diperkaya dengan variasi seperti estimators dua parameter yang bertujuan meningkatkan efisiensi estimasi dalam kondisi multikolinearitas ekstrem dan dalam konteks data lingkungan serta kimia (Alharthi & Akhtar, 2025).

Pemilihan nilai parameter regularisasi λ merupakan aspek penting dalam regresi Ridge karena secara langsung mempengaruhi karakteristik estimator (Nayem et al., 2025). Nilai λ yang terlalu kecil cenderung menghasilkan estimasi yang mendekati OLS sehingga masih terpengaruh oleh multikolinearitas, sedangkan nilai λ yang terlalu besar dapat menyebabkan penyusutan (*shrinkage*) berlebihan dan meningkatkan bias estimasi (Montesinos-López et al., 2025). Dengan demikian terdapat fenomena *bias-variance trade-off* dengan kestabilan estimasi (varians yang rendah) harus dipertukarkan dengan peningkatan bias ((Owoyemi & Bolakale, 2024). Evaluasi empiris juga menunjukkan bahwa Ridge dapat memberikan kinerja prediksi yang lebih baik dibanding model tanpa regulasi pada data yang mengandung korelasi prediktor tinggi, meskipun tidak selalu mengungguli teknik lain seperti Lasso atau Elastic Net dalam semua kondisi (Nur et al., 2023).

Meskipun banyak penelitian telah membahas berbagai modifikasi estimator Ridge dan strategi *tuning* parameter λ , kajian yang secara sistematis mengevaluasi dampak langsung variasi λ terhadap stabilitas estimasi koefisien dalam kondisi multikolinearitas yang dikonstruksi secara terkontrol masih relatif terbatas. Kebanyakan penelitian empirik menggunakan data observasional yang memiliki kompleksitas struktural lain, sehingga sulit mengisolasi pengaruh parameter regularisasi terhadap kestabilan estimator.

Penelitian ini menggunakan data yang dibangkitkan secara simulatif dan secara khusus menyusun struktur multikolinearitas tinggi antar variabel independen tanpa perlakuan lain, sehingga memungkinkan evaluasi yang lebih murni terhadap efek variasi λ pada regresi Ridge. Pendekatan simulasi terkontrol ini akan digunakan untuk menganalisis perubahan bias, varians, dan *mean squared error* (MSE) sebagai indikator kestabilan estimator, sehingga memberikan

pemahaman yang lebih mendalam tentang dinamika kestabilan estimasi seiring perubahan nilai regularisasi.

Dengan demikian, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis secara kuantitatif pengaruh parameter regularisasi (λ) terhadap stabilitas estimasi koefisien regresi Ridge pada data yang dibangkitkan yang secara eksplisit mengandung multikolinearitas. Dengan demikian, penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi konseptual dan metodologis dalam memperjelas implikasi pemilihan parameter regularisasi terhadap kestabilan estimasi pada model regresi linear yang menghadapi permasalahan multikolinearitas, sekaligus memperkaya kajian empiris mengenai perilaku estimator Ridge pada berbagai tingkat regularisasi.

2. KAJIAN TEORITIS

Regresi Linear dan Estimator Ordinary Least Squares (OLS)

Model regresi linear berganda digunakan untuk menjelaskan hubungan antara satu variabel respon Y dan variabel prediktor X_1, X_2, \dots, X_p . Secara umum, model regresi linear dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai:

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (1)$$

dengan Y adalah vektor pengamatan berukuran $n \times 1$, X matriks desain berukuran $n \times p$, β vektor parameter regresi, dan ε adalah galat acak yang diasumsikan berdistribusi normal dengan rata-rata nol dan varians konstan σ^2 .

Estimator parameter menggunakan metode *Ordinary Least Squares* (OLS) diperoleh dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat, sehingga diperoleh:

$$\hat{\beta}_{OLS} = (X'X)^{-1}X'Y \quad (2)$$

Dalam kondisi asumsi klasik terpenuhi, estimator OLS bersifat tak bias dan memiliki varians minimum di antara estimator linear tak bias (*Best Linear Unbiased Estimator/BLUE*). Namun demikian, apabila terjadi multikolinearitas tinggi antar variabel prediktor, maka matriks $X'X$ menjadi hampir singular sehingga varians estimator meningkat secara signifikan dan menghasilkan estimasi yang tidak stabil (Owoyemi & Bolakale, 2024).

Multikolinearitas dalam Regresi Linear

Multikolinearitas terjadi ketika terdapat hubungan linear yang kuat antara variabel independen dalam model regresi. Secara matematis, kondisi ini menyebabkan determinan matriks $X'X$ mendekati nol sehingga invers matriks menjadi tidak stabil (Emmanuel et al., 2025). Dampak utama multikolinearitas adalah:

- a. Varians koefisien regresi menjadi besar,
- b. Interval kepercayaan melebar,
- c. Koefisien menjadi sensitif terhadap perubahan kecil pada data,
- d. Interpretasi parameter menjadi kurang reliabel.

Dalam situasi multikolinearitas tinggi, meskipun estimator OLS tetap tak bias, estimator tersebut memiliki varians yang sangat besar sehingga MSE meningkat (Naz et al., 2025). Oleh karena itu, diperlukan pendekatan alternatif untuk memperoleh estimasi yang lebih stabil (Akhtar & Alharthi, 2025).

Regresi Ridge

Regresi Ridge merupakan salah satu metode regularisasi yang dikembangkan untuk mengatasi permasalahan multikolinearitas dengan menambahkan penalti berbasis norma kuadrat (L2 penalty) terhadap koefisien regresi (Khamidah et al., 2024). Fungsi objektif regresi Ridge dinyatakan sebagai:

$$\beta \min \{ (Y - X\beta)'(Y - X\beta) + \lambda \beta' \beta \} \quad (3)$$

dengan $\lambda \geq 0$ adalah parameter regularisasi. Estimator Ridge diperoleh dalam bentuk:

$$\hat{\beta}_{Ridge} = (X'X + \lambda I)^{-1} X'Y \quad (4)$$

Penambahan komponen λI pada matriks $X'X$ memperbaiki kondisi numerik matriks sehingga invers lebih stabil (Lestari et al., 2022). Secara konseptual, regresi Ridge mengurangi varians estimator dengan mengorbankan sejumlah bias yang terkontrol, sehingga secara keseluruhan dapat menghasilkan MSE yang lebih kecil dibanding OLS pada kondisi multikolinearitas tinggi (Rahmawati et al., 2022). Penelitian terbaru menunjukkan bahwa regresi Ridge efektif dalam meningkatkan stabilitas estimasi pada data dengan korelasi prediktor tinggi, bahkan dalam konteks data berdimensi tinggi maupun aplikasi empiris kompleks (Fiqriah et al., 2024).

Parameter Regularisasi (λ) dan Stabilitas Estimasi

Parameter regularisasi λ berperan sebagai pengontrol tingkat penyusutan (*shrinkage*) koefisien regresi (Khamidah et al., 2024). Karakteristik estimator Ridge sangat bergantung pada nilai λ :

Jika $\lambda = 0$, maka estimator identik dengan OLS.

Jika λ meningkat, varians estimator menurun tetapi bias meningkat.

Jika λ sangat besar, koefisien mendekati nol.

Fenomena ini dikenal sebagai *bias–variance trade-off* (Khoirunissa et al., 2025). Stabilitas estimasi dalam konteks regresi dapat diukur melalui perubahan varians koefisien, sensitivitas terhadap fluktuasi data, serta nilai MSE. Beberapa penelitian empiris terkini menunjukkan

bahwa pemilihan nilai λ yang tepat secara signifikan mempengaruhi kestabilan dan performa prediktif model Ridge (Altalbany, 2021).

Data Simulasi dengan Struktur Multikolinearitas

Pendekatan simulasi memungkinkan peneliti mengontrol secara eksplisit struktur korelasi antar variabel independen (Raimbault, 2019). Dalam penelitian ini, data dibangkitkan sedemikian rupa sehingga hanya mengandung multikolinearitas tinggi tanpa perlakuan tambahan seperti transformasi variabel atau seleksi fitur. Dengan pendekatan ini, pengaruh parameter regularisasi λ terhadap stabilitas estimator Ridge dapat diamati secara lebih murni dan sistematis. Simulasi terkontrol sering digunakan dalam penelitian metodologis untuk mengevaluasi performa estimator pada kondisi tertentu, terutama dalam konteks multikolinearitas dan regularisasi (Shabbir et al., 2025).

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif berbasis simulasi (*simulation study*) yang bertujuan untuk mengevaluasi pengaruh variasi parameter regularisasi (λ) terhadap stabilitas estimasi koefisien regresi Ridge dalam kondisi multikolinearitas tinggi. Pendekatan simulasi dipilih agar struktur korelasi antar variabel independen dapat dikontrol secara eksplisit sehingga pengaruh parameter (λ) dapat diamati secara lebih murni (Midi & Zahari, 2007).

Tahapan penelitian yang dilakukan adalah sebagai berikut:

a. Simulasi Data

Data simulasi dibangkitkan sebanyak 1000 observasi yang terdiri dari satu variabel dependen (Y) dan empat variabel independen (X_1, X_2, X_3, X_4). Variabel independen dibentuk menggunakan distribusi normal dengan struktur korelasi yang tinggi untuk menciptakan kondisi multikolinearitas.

b. Analisis Deskriptif Data

Dilakukan analisis statistik deskriptif dan matriks korelasi untuk melihat karakteristik data serta hubungan antar variabel.

c. Estimasi Model OLS

Model regresi linier berganda diestimasi menggunakan metode Ordinary Least Squares (OLS) untuk mengetahui pengaruh variabel independen terhadap variabel dependen.

d. Pengujian Multikolinearitas

Pengujian multikolinearitas dilakukan menggunakan Variance Inflation Factor (VIF) untuk mengidentifikasi adanya korelasi tinggi antar variabel independen dalam model regresi.

e. Estimasi Model Ridge Regression

Untuk mengatasi masalah multikolinearitas, dilakukan estimasi menggunakan metode Ridge Regression dengan menambahkan parameter penalti pada koefisien regresi.

f. Penentuan Nilai Lambda Optimal

Nilai parameter penalti (λ) ditentukan menggunakan metode k-fold cross validation untuk memperoleh nilai lambda yang menghasilkan kesalahan prediksi minimum.

g. Perbandingan Koefisien Model

Koefisien regresi yang diperoleh dari metode OLS dibandingkan dengan koefisien dari metode Ridge untuk melihat efek shrinkage dan stabilitas parameter.

h. Evaluasi Model

Kinerja model OLS dan Ridge dibandingkan menggunakan ukuran Mean Squared Error (MSE) untuk menilai kemampuan model dalam meminimalkan kesalahan prediksi.

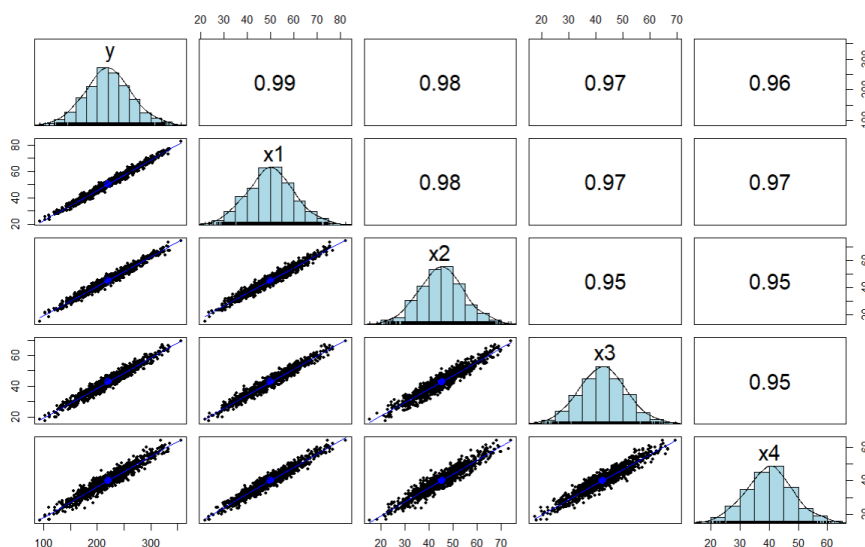
Seluruh proses simulasi data dan analisis dalam penelitian ini dilakukan menggunakan perangkat lunak R.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Deskripsi Data Simulasi

Berdasarkan hasil simulasi data yang terdiri dari 1000 observasi dengan satu variabel dependen Y dan empat variabel independen x_1, x_2, x_3 , dan x_4 , dilakukan analisis deskriptif untuk melihat karakteristik awal data. Gambar 1 menunjukkan distribusi masing-masing variabel pada diagonal utama serta hubungan antarvariabel pada bagian luar diagonal. Hasil korelasi menunjukkan bahwa variabel dependen Y memiliki hubungan yang sangat kuat dengan seluruh variabel independen, yaitu sebesar 0,99 dengan x_1 , 0,98 dengan x_2 , 0,97 dengan x_3 , dan 0,96 dengan x_4 . Selain itu, korelasi antarvariabel independen juga tergolong sangat tinggi. Nilai korelasi yang sangat tinggi di antara variabel-variabel independen tersebut

menunjukkan adanya hubungan linear yang kuat sehingga mengindikasikan terjadinya multikolinieritas dalam data simulasi.



Gambar 1. Matriks Korelasi Data Simulasi.

Model OLS

Tabel 1 adalah hasil estimasi regresi linier berganda. Hasil estimasi menggunakan metode Ordinary Least Squares (OLS) menunjukkan bahwa variabel x_1 , x_2 , dan x_3 berpengaruh signifikan terhadap variabel dependen y pada tingkat signifikansi 1%. Sementara itu, variabel x_4 tidak berpengaruh signifikan dengan nilai p-value sebesar 0,970. Model regresi memiliki nilai koefisien determinasi yang sangat tinggi dengan R^2 sebesar 0,9863, yang menunjukkan bahwa sekitar 98,63% variasi variabel dependen dapat dijelaskan oleh variabel independen dalam model.

Tabel 1. Hasil Estimasi Regresi Linier Berganda.

Variabel	Koefisien	Std. Error	t-statistik	p-value
Intercept	9.208	0.816	11.277	<0.001
x1	1.844	0.116	15.857	<0.001
x2	1.725	0.079	21.974	<0.001
x3	0.956	0.081	11.833	<0.001
x4	0.003	0.080	0.037	0.970

Setelah memperoleh model regresi linier berganda, langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian multikolinieritas pada variabel independen menggunakan *Variance Inflation Factor* (VIF). Pengujian ini bertujuan untuk mengetahui apakah terdapat korelasi yang tinggi antar variabel independen dalam model regresi. Secara umum, nilai VIF yang

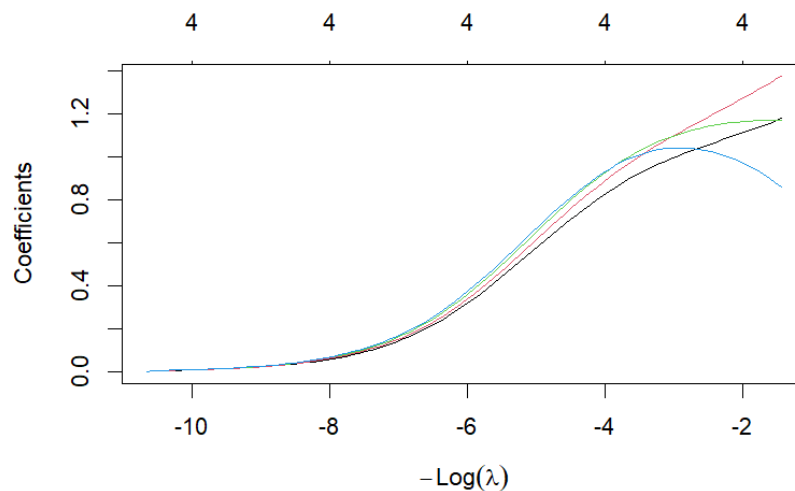
diperoleh pada Tabel 2, menunjukkan nilai lebih besar dari 10 mengindikasikan adanya masalah multikolinearitas.

Tabel 2. Nilai VIF.

Variabel	VIF
x1	53.38
x2	21.48
x3	19.46
x4	17.00

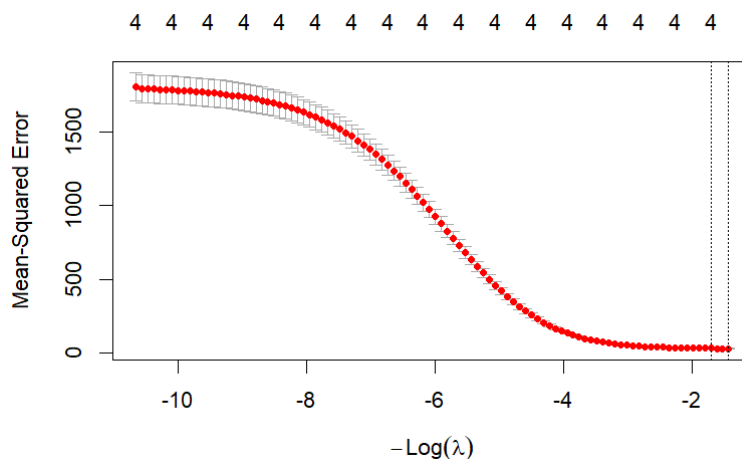
Estimasi Model Ridge

Multikolinearitas yang teridentifikasi pada model regresi OLS dapat diatasi dengan melakukan estimasi menggunakan metode Ridge Regression. Metode ini menambahkan parameter penalti (λ) pada proses estimasi sehingga mampu mengurangi varians koefisien regresi yang disebabkan oleh korelasi tinggi antar variabel independen. Dengan adanya penalti tersebut, nilai koefisien regresi akan mengalami proses *shrinkage*, yaitu penyusutan menuju nilai yang lebih kecil dan stabil.



Gambar 2. Grafik Ridge Trace.

Gambar 2 merupakan grafik ridge tarce yang digunakan untuk melihat perubahan nilai koefisien regresi pada berbagai nilai parameter penalti (λ). Berdasarkan grafik yang diperoleh, terlihat bahwa ketika nilai penalti masih sangat kecil (atau $-\log(\lambda)$ bernilai besar), nilai koefisien regresi relatif mendekati hasil estimasi OLS. Namun seiring dengan meningkatnya nilai λ , koefisien regresi secara bertahap mengalami penyusutan dan bergerak menuju nilai yang lebih stabil. Pola ini menunjukkan bahwa metode Ridge mampu mengendalikan fluktuasi koefisien yang muncul akibat multikolinearitas antar variabel independen.



Gambar 3. Nilai Lambda (λ).

Penentuan nilai parameter penalti optimal pada metode Ridge Regression dilakukan menggunakan pendekatan *k-fold cross validation*. Gambar 3 merupakan hasil *cross validation* yang menunjukkan hubungan antara nilai *Mean Squared Error* (MSE) dengan parameter penalti lambda. Nilai MSE relatif besar ketika nilai penalti masih kecil, kemudian menurun secara bertahap seiring dengan meningkatnya nilai lambda. Penurunan nilai MSE ini menunjukkan bahwa penambahan penalti mampu mengurangi varians model yang disebabkan oleh multikolinearitas antar variabel independen. Berdasarkan hasil *cross validation*, diperoleh nilai penalti optimal sebesar 4.201589.

Hasil estimasi koefisien regresi menggunakan nilai penalti optimal tidak berbeda secara signifikan dengan hasil estimasi metode *Ordinary Least Squares* (OLS), namun mengalami penyusutan (*shrinkage*) menuju nilai yang lebih kecil. Penyusutan ini merupakan karakteristik utama dari metode Ridge yang bertujuan untuk mengurangi varians estimasi koefisien akibat adanya multikolinearitas.

Tabel 3. Koefisien OLS dan Ridge.

Variabel	OLS	Ridge
Intercept	9.208	14.700
x1	1.844	1.179
x2	1.725	1.378
x3	0.956	1.172
x4	0.003	0.860

Secara umum, koefisien regresi pada model Ridge cenderung lebih kecil dibandingkan dengan model OLS. Selain itu, perbedaan estimasi juga terlihat pada variabel x4. Pada model OLS, variabel x4 memiliki koefisien yang sangat kecil dan tidak signifikan, yaitu sebesar 0.003. Namun pada model Ridge, koefisien variabel tersebut menjadi lebih besar yaitu sekitar

0.860. Hal ini menunjukkan bahwa metode Ridge mampu mengurangi pengaruh multikolinearitas yang menyebabkan ketidakstabilan estimasi pada metode OLS. Secara keseluruhan, hasil perbandingan antara model OLS dan Ridge menunjukkan bahwa meskipun nilai koefisien regresi tidak berubah secara drastis, metode Ridge menghasilkan estimasi parameter yang lebih stabil melalui proses *shrinkage*. Dengan demikian, Ridge Regression dapat menjadi alternatif metode estimasi yang lebih baik ketika model regresi mengalami masalah multikolinearitas.

Evaluasi Model

Hasil evaluasi model pada Tabel 4 menunjukkan bahwa nilai MSE pada model OLS sebesar 24,77, sedangkan pada model Ridge sebesar 29,72. Nilai MSE yang lebih kecil pada model OLS dapat terjadi karena metode OLS secara langsung meminimalkan jumlah kuadrat error pada data yang digunakan dalam proses estimasi. Sementara itu, Ridge Regression menambahkan parameter penalti pada koefisien regresi sehingga menghasilkan estimasi yang lebih stabil dengan mengorbankan sedikit peningkatan pada nilai error. Dengan demikian, meskipun nilai MSE Ridge sedikit lebih besar dibandingkan OLS, metode ini tetap memberikan keuntungan dalam mengurangi dampak multikolinearitas dan meningkatkan stabilitas parameter model.

Tabel 4. Nilai MSE OLS dan Ridge.

Model	MSE
OLS	24.77361
Ridge	29.72361

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan, multikolinieritas yang ditemukan di metode Ordinary Least Squares (OLS) dapat diatasi salah satunya dengan regresi ridge. Hasil estimasi menunjukkan bahwa koefisien regresi pada model Ridge mengalami proses *shrinkage*, yaitu penyusutan nilai koefisien dibandingkan dengan model OLS. Grafik ridge trace menunjukkan bahwa koefisien regresi menjadi lebih stabil seiring dengan meningkatnya nilai parameter penalti lambda. Berdasarkan metode cross validation, diperoleh nilai parameter penalti optimal sebesar 4.201589. Hasil perbandingan antara model OLS dan ridge menunjukkan bahwa meskipun nilai *Mean Squared Error* (MSE) pada model OLS sedikit lebih kecil dibandingkan dengan model ridge, metode ridge tetap memberikan keunggulan dalam menghasilkan estimasi parameter yang lebih stabil pada kondisi multikolinearitas yang tinggi.

Dengan demikian, metode regresi ridge dapat menjadi alternatif yang lebih baik dalam mengatasi masalah multikolinearitas pada model regresi linier.

Penelitian selanjutnya dapat mengembangkan analisis dengan menggunakan metode regularisasi lain seperti Lasso Regression atau Elastic Net untuk membandingkan kinerja model dalam mengatasi multikolinearitas. Selain itu, penelitian selanjutnya juga dapat menggunakan data yang lebih kompleks atau jumlah variabel yang lebih banyak untuk melihat performa metode regularisasi secara lebih mendalam.

DAFTAR REFERENSI

- Akhtar, N., & Alharthi, M. F. (2025). Enhancing accuracy in modelling highly multicollinear data using alternative shrinkage parameters for ridge regression methods. *Scientific Reports*, 15(1). <https://doi.org/10.1038/s41598-025-94857-7>
- Alharthi, M. F., & Akhtar, N. (2025). Newly improved two-parameter ridge estimators: A better approach for mitigating multicollinearity in regression analysis. *Axioms*, 14(3), 186. <https://doi.org/10.3390/axioms14030186>
- Altalbany, S. (2021). Evaluation of ridge, elastic net and lasso regression methods in precedence of multicollinearity problem: A simulation study. *Journal of Applied Economics and Business Studies*, 5(1), 131–142. <https://doi.org/10.34260/jaebs.517>
- Emmanuel, E. T., Bennett, M. J., & Watson, E. C. (2025). Generalized ridge regression: Multi-ridge and inverse-ridge methods with and without multicollinearity. *Contemporary Journal of Statistics and Applied Mathematics*, 13(2), 2973–2997. <https://doi.org/10.5281/zenodo.15436344>
- Fiqriah, I., Martha, S., & Kusnandar, D. (2024). Penerapan regresi ridge robust-M dalam mengatasi multikolinearitas dan pencilan pada data stunting di Indonesia. *Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya (Bimaster)*, 13(4).
- Khamidah, N., Sadik, K., Soleh, A. M., & Dito, G. A. (n.d.). Regularisasi model pembelajaran mesin dengan regresi terpenalti pada data yang mengandung multikolinearitas (Studi kasus prediksi indeks pembangunan manusia di 34 provinsi di Indonesia). *Majalah Ilmiah Matematika dan Statistika*, 24(1). Retrieved from <https://jurnal.unej.ac.id/index.php/MIMS/index>
- Khoirunissa, H. A., Wijaya, A. R., Isnaini, B., & Ferawati, K. (2025). Analisis faktor-faktor penyebab inflasi di Indonesia menggunakan regresi ridge, LASSO, dan elastic net. *Indonesian Journal of Applied Statistics*, 7(2), 121. <https://doi.org/10.13057/ijas.v7i2.96921>
- Lestari, P. S., Martha, S., & Debararaja, N. N. (2022). Penerapan metode regresi ridge pada kasus angka kematian bayi di Provinsi Jawa Timur. *Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya (Bimaster)*, 11(4).
- Midi, H., & Zahari, M. (2007). A simulation study on ridge regression estimators in the presence of multicollinearity. *Jurnal Teknologi*, 47(C), 59–72.
- Montesinos-López, O. A., Barajas-Ramirez, E. A., Montesinos-López, A., Lecumberry, F., Fariello, M. I., Montesinos-López, J. C., Ramirez Alcaraz, J. M., Crossa, J., & Howard, R. (2025). Tuning matters: Comparing lambda optimization approaches for ridge

- regression in genomic prediction. *Genes*, 16(6).
<https://doi.org/10.3390/genes16060618>
- Nayem, H. M., Aziz, S., & Kibria, B. M. G. (2025). Evaluating estimator performance under multicollinearity: A trade-off between MSE and accuracy in logistic, LASSO, elastic net, and ridge regression with varying penalty parameters. *Stats*, 8(2).
<https://doi.org/10.3390/stats8020045>
- Naz, H., Shah, I., Wasim, D., & Ali, S. (2025). Robust Kibria estimators for mitigating multicollinearity and outliers in a linear regression model. *Stats*, 8(4).
<https://doi.org/10.3390/stats8040119>
- Nur, A. R., Jaya, A. K., & Siswanto, S. (2023). Comparative analysis of ridge, LASSO, and elastic net regularization approaches in handling multicollinearity for infant mortality data in South Sulawesi. *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi*, 20(2), 311–319.
<https://doi.org/10.20956/j.v20i2.31632>
- Owoyemi, Q. A., & Bolakale, A. (2024). Comparative analysis of some linear predictive models in the presence of multicollinearity. *International Journal of Advanced Statistics and Probability*, 11(1). Retrieved from
<http://www.sciencepubco.com/index.php/IJASP>
- Rahmawati, F., Suratman, R. Y., & Universitas Gadjah Mada. (2022). Performa regresi ridge dan regresi lasso pada data dengan multikolinearitas. *Leibniz: Jurnal Matematika*.
- Raimbault, J. (2019). Second-order control of complex systems with correlated synthetic data. *Complex Adaptive Systems Modeling*, 7(1). <https://doi.org/10.1186/s40294-019-0065-y>
- Shabbir, M., Chand, S., & Dar, I. S. (2025). Bagging-based heteroscedasticity-adjusted ridge estimators in the linear regression model. *Kuwait Journal of Science*, 52(3).
<https://doi.org/10.1016/j.kjs.2025.100412>