



Estimasi Volume Air Hujan Menggunakan Metode Riemann untuk Mitigasi Banjir Musiman

Adinda Saputri^{1*}, Asni Al Amini², Alvi Sahri Nasution³, Hamida Nasution⁴,
Livia Mutianda⁵, Juanda Arif Darmawan Damanik⁶, Mhd.Fachrizal⁷

¹⁻⁷ Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Negeri Medan, Indonesia

Email: adndasptri.17@gmail.com^{1*}, asnialamini@gmail.com², alvisahrin@unimed.ac.id³,
hamida_mat67@yahoo.com⁴, mutiandalivia@gmail.com⁵, juandaarifdarmawandamanik@gmail.com⁶,
fachrizalrkt@gmail.com⁷

*Penulis Korespondensi: adndasptri.17@gmail.com

Abstract. Rainfall plays a crucial role in determining flood risk, particularly in regions with high precipitation intensity and limited drainage capacity. Langkat Regency in North Sumatra is one of the areas frequently affected by seasonal flooding. This study aims to model the spatial distribution of rainfall and estimate the rainwater volume using the double integral approach as a basis for flood mitigation planning. Monthly rainfall data from various observation stations in 2024 were processed to obtain the average rainfall intensity, which was then converted into meters and multiplied by the total area of Langkat Regency to compute the rainwater volume. The results indicate that the total estimated rainwater volume throughout 2024 reached 16,409,819,800 m³, with peak precipitation occurring from September to November, contributing significantly to the increasing flood risk in low-lying zones and riverine areas. These findings demonstrate that the use of double integrals is an effective quantitative method for predicting potential flood volume based on rainfall distribution. The outcomes of this study are expected to serve as a scientific reference for local governments in developing data-driven flood mitigation strategies, such as improving drainage capacity, constructing retention basins, and strengthening watershed management.

Keywords: Double Integral; Flood Mitigation; Langkat Regency; Mathematical Modeling; Rainfall.

Abstrak. Curah hujan memiliki peran penting dalam menentukan risiko banjir pada suatu wilayah, terutama di daerah yang memiliki intensitas presipitasi tinggi dan sistem drainase terbatas. Kabupaten Langkat merupakan salah satu wilayah di Provinsi Sumatera Utara yang setiap tahunnya menghadapi potensi banjir musiman. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan persebaran curah hujan Kabupaten Langkat serta menghitung estimasi volume air hujan menggunakan pendekatan integral lipat dua sebagai dasar mitigasi banjir. Data curah hujan bulanan tahun 2024 dari berbagai stasiun pengamatan diolah untuk menghasilkan rata-rata intensitas hujan bulanan yang kemudian dikonversi ke satuan meter sebelum dihitung volume total air yang jatuh pada area studi dengan luas Kabupaten Langkat. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa total volume air hujan selama tahun 2024 diperkirakan sebesar 16.409.819.800 m³, dengan puncak hujan terjadi pada bulan September hingga November, yang berkontribusi pada peningkatan risiko banjir di daerah berelief rendah dekat garis pantai dan aliran sungai. Temuan ini membuktikan bahwa penggunaan integral lipat dua efektif sebagai metode kuantitatif untuk memprediksi potensi volume banjir berdasarkan distribusi curah hujan. Hasil penelitian diharapkan menjadi dasar rekomendasi kebijakan mitigasi banjir bagi pemerintah daerah melalui peningkatan kapasitas drainase, pembangunan kolam retensi, dan penguatan tata kelola daerah aliran sungai.

Kata kunci: Curah Hujan; Integral Lipat Dua; Langkat; Mitigasi Banjir; Pemodelan Matematis.

1. LATAR BELAKANG

Air hujan memiliki peran yang sangat penting dalam menjaga keseimbangan ekosistem dan memenuhi kebutuhan hidrologis suatu wilayah. Namun, ketika intensitas hujan meningkat secara signifikan dan tidak sebanding dengan kapasitas sistem drainase, air hujan dapat menjadi ancaman berupa banjir musiman yang menimbulkan kerugian sosial maupun ekonomi. Kondisi ini juga terlihat di Kabupaten Langkat, di mana curah hujan pada tahun 2024 menunjukkan

variasi intensitas yang cukup tinggi di sejumlah daerah pengamatan. Misalnya, wilayah BPP Bahorok menerima curah hujan sebesar 329 mm pada bulan Januari, Sei Bingei mencapai 279 mm, dan beberapa daerah lain mencatat nilai intensitas yang tidak merata sepanjang awal tahun. Ketidakmerataan spasial curah hujan tersebut turut memengaruhi tingkat kerentanan banjir di beberapa kecamatan, sehingga diperlukan pendekatan analitis yang lebih presisi untuk memahami distribusi dan volume air hujan yang jatuh pada wilayah tersebut.

Dalam konteks mitigasi bencana, metode kuantitatif yang akurat menjadi sangat diperlukan untuk memproyeksikan potensi volume air hujan yang dapat menyebabkan banjir. Salah satu pendekatan matematis yang relevan adalah penggunaan integral lipat dua, yang memungkinkan perhitungan volume air hujan berdasarkan fungsi permukaan intensitas hujan terhadap wilayah spasial tertentu. Pendekatan ini sejalan dengan pemanfaatan kalkulus multivariabel dalam menganalisis fenomena fisik sebagaimana dijelaskan dalam literatur matematika terapan (Stewart dkk., 2016). Dengan demikian, penelitian ini memfokuskan diri pada upaya membangun model ketinggian curah hujan serta menghitung total volume air hujan menggunakan metode integral lipat dua sebagai dasar analisis risiko banjir di Kabupaten Langkat (Zill, 2018).

Berdasarkan permasalahan tersebut, penelitian ini diarahkan untuk menjawab tiga pertanyaan utama, yaitu bagaimana memodelkan persebaran spasial curah hujan di Kabupaten Langkat ke dalam fungsi matematis dua variabel, bagaimana menghitung total volume air hujan yang jatuh pada area tertentu menggunakan integral lipat dua, dan bagaimana hasil perhitungan volume tersebut dapat dimanfaatkan dalam merumuskan strategi mitigasi banjir musiman di daerah ini. Pertanyaan-pertanyaan tersebut menjadi fondasi untuk menghubungkan data klimatologis yang tersedia dengan kajian matematis dan analisis risiko bencana.

Sejalan dengan rumusan permasalahan tersebut, penelitian ini bertujuan untuk menggambarkan fungsi ketinggian curah hujan $z = f(x, y)$ berdasarkan data empiris, menghitung volume air hujan menggunakan formula integral lipat dua $V = \iint_R f(x, y) dA$ pada wilayah terdampak, serta menyusun rekomendasi berbasis data guna mendukung mitigasi banjir. Dengan demikian, penelitian ini tidak hanya memberikan kontribusi dalam pengembangan penerapan matematika terapan pada bidang hidrologi, tetapi juga menghadirkan informasi kuantitatif yang berguna bagi pemerintah daerah dan instansi seperti BPBD, BMKG, maupun Dinas PUPR dalam merencanakan strategi penanggulangan banjir yang lebih efektif dan berbasis bukti.

2. KAJIAN TEORITIS

Penelitian Terdahulu

Kajian mengenai estimasi volume air hujan dan analisis potensi banjir telah banyak dilakukan dengan pendekatan hidrologi klasik seperti Poligon Thiessen dan Isohyet. Metode ini membantu menggambarkan persebaran curah hujan dan mengestimasi limpasan permukaan, terutama pada wilayah dengan intensitas hujan tinggi (Pratama, 2020). Hasil dari pendekatan tersebut memperlihatkan bahwa keakuratan dalam memetakan distribusi hujan sangat berpengaruh terhadap ketepatan perhitungan potensi banjir, terutama di kawasan perkotaan dengan dinamika penggunaan lahan yang kompleks.

Selain itu, sejumlah penelitian juga mengaitkan konsep kalkulus, khususnya integral lipat dua, dalam menganalisis fenomena fisik dan hidrologi. Penggunaan integral lipat dua memungkinkan proses perhitungan yang lebih sistematis ketika curah hujan tidak merata dan perlu dimodelkan sebagai fungsi spasial. Di sisi lain, pendekatan hidrologi kontemporer juga memanfaatkan model numerik untuk memprediksi potensi banjir dengan mempertimbangkan karakteristik daerah tangkapan (Rahman, 2025).

Berdasarkan kajian terdahulu tersebut, penggunaan integral lipat dua sebagai metode perhitungan volume air hujan dapat dikatakan sebagai pendekatan yang inovatif, karena mampu menggabungkan distribusi spasial curah hujan dengan analisis matematis yang lebih presisi dibandingkan metode klasik.

Konsep Dasar Hidrologi

Dalam ilmu hidrologi, air dipahami sebagai bagian dari sistem alami yang bergerak secara terus-menerus melalui siklus hidrologi. Siklus ini mencakup proses evaporasi, kondensasi, presipitasi, dan infiltrasi, yang secara kolektif menentukan ketersediaan air di suatu wilayah. Curah hujan merupakan salah satu komponen terpenting dalam siklus ini dan didefinisikan sebagai jumlah presipitasi yang jatuh ke permukaan bumi dalam satuan waktu tertentu. Intensitas curah hujan merujuk pada besarnya hujan per satuan waktu, yang memiliki kaitan erat dengan potensi timbulnya aliran permukaan (runoff) maupun banjir (Stewart dkk., 2016).

Banjir sendiri dapat dibedakan menjadi beberapa jenis, termasuk banjir musiman dan banjir bandang. Banjir musiman biasanya terjadi pada periode puncak musim hujan ketika kapasitas tampungan air dan saluran drainase tidak mampu menahan debit air yang meningkat. Sementara itu, banjir bandang merupakan fenomena ekstrem yang dipicu oleh curah hujan tinggi dalam waktu singkat di wilayah berbukit atau daerah aliran sungai. Kabupaten Langkat, berdasarkan data klimatologis tahun 2024, menunjukkan curah hujan yang bervariasi pada

setiap wilayah pengamatan, di mana beberapa kecamatan mencatat intensitas hujan bulanan yang cukup tinggi, seperti BPP Bahorok (329 mm pada Januari) dan Sei Bingei (279 mm). Data ini menunjukkan bahwa wilayah tersebut memiliki parameter hidrologis yang relevan untuk dikaji dalam konteks risiko banjir.

Integral Lipat Dua

Integral lipat dua merupakan salah satu teknik dalam kalkulus multivariabel untuk menghitung volume di bawah permukaan fungsi $f(x,y)$ pada daerah tertentu. Menurut Candeloro (Brownlowe & Stammeier, 2016), integral ganda yang menggabungkan luas setiap partisi dengan evaluasi fungsi di lokasi representatif, dapat dianggap sebagai generalisasi yang sederhana dari integral Riemann satu variabel. Mereka menyatakan bahwa, khususnya untuk fenomena yang tersebar secara geografis seperti curah hujan, pembentukan integral ganda berdasarkan batas partisi menawarkan representasi yang andal dan akurat dari volume (Putra dkk., 2024), yang menunjukkan bahwa metode jumlah Riemann berbasis partisi dapat menghasilkan perkiraan numerik yang cukup dekat dengan hasil analitis untuk skenario integral ganda yang kompleks, mendukung pandangan ini. Prosedur untuk membuat integral ganda menggunakan aturan titik tengah ganda merupakan generalisasi dari integral Riemann-Stieltjes, menurut (Marjulisa & M, 2023). Meskipun fungsi tersebut mengalami variasi yang signifikan dalam domain integrasinya, metode ini memungkinkan perkiraan volume dengan kesalahan yang minimal. Hal ini menunjukkan bahwa integral ganda memiliki ketepatan yang dapat diverifikasi secara numerik selain sebagai konsep teoritis. Selain metode numerik, unsur-unsur instruksional juga mendukung gagasan bahwa integral ganda merupakan topik yang memerlukan pemahaman mendalam tentang geometri. Siswa sering kesulitan memahami integral ganda karena mereka tidak terbiasa melihat area dibagi menjadi subwilayah kecil seperti dalam definisi Riemann. Hasil ini menyoroti fakta bahwa pembentukan integral ganda sebenarnya dimulai dengan representasi visual volume prisma-prisma kecil, yang kemudian dibatasi pada nilai integral (Apriandi & Krisdiana, 2016). Penggunaan integral ganda dalam matematika praktis, khususnya dalam menentukan volume permukaan kuadratik, juga dijelaskan dalam publikasi nasional lainnya, seperti (Irwan, 2021). Penerapan integral ganda pada objek tiga dimensi menunjukkan bahwa metode ini memiliki peran penting dalam fisika, hidrologi, dan pemodelan geometri ruang, selain juga relevan untuk penelitian teoretis. Integral ganda merupakan teknik matematis yang sangat akurat untuk menentukan volume curah hujan di wilayah luas dengan distribusi curah hujan yang tidak merata, berdasarkan analisis terhadap seluruh materi yang saat ini tersedia. Perkiraan volume curah hujan dalam studi ini memiliki dasar teoretis yang kokoh, sah, dan konsisten dengan penelitian matematis dan hidrologis yang

dilakukan di Indonesia berkat pendekatan berbasis Riemann sum yang menjadi landasan metode ini. Penggunaannya dalam studi hidrologi semakin berkembang dalam satu dekade terakhir. (Yulianur dkk., 2018) menyatakan bahwa pemanfaatan integral lipat dua memungkinkan penghitungan volume hujan yang lebih rinci ketika intensitas hujan dimodelkan sebagai fungsi kontinu dari posisi geografis. Misalkan y adalah bilangan bulat dalam $[a_2, b_2]$. Periksa bidang yang melalui titik $(0, y, 0)$ dan sejajar dengan bidang xz . Misalkan $A(y)$ mewakili luas daerah tersebut. Dari irisan objek dengan bidang tersebut. Volume objek dapat dihitung menggunakan pendekatan irisan paralel sebagai berikut:

$$\int_{a_2}^{b_2} A(y) dy$$

Karena integral ganda juga menentukan volume objek:

$$\iint_R f(x, y) dA = \int_{a_2}^{b_2} A(y) dy$$

Dengan menghitung integral tunggal dari $A(y)$, kita dapat menggunakan persamaan sebelumnya untuk menentukan nilai integral ganda fungsi f pada R dengan menghitung integral tunggal $A(y)$. $A(y)$ dapat diperoleh melalui integrasi karena merupakan luas daerah datar. Batas-batas daerah datar ini adalah grafik persamaan $z = f(x, y)$ untuk x dalam $[a_1, b_1]$.

$$A(y) = \int_{a_1}^{b_1} f(x, y) dx$$

Oleh karena itu persamaan ini dapat disubstitusikan ke dalam persamaan untuk menghasilkan

$$\iint_R f(x, y) dA = \int_{a_2}^{b_2} \left[\int_{a_1}^{b_1} f(x, y) dx \right] dy$$

Integral ganda adalah integral di sisi kanan persamaan di atas. Ketika menulis integral ganda, kurung biasanya dihilangkan. Oleh karena itu, persamaan di atas dapat diekspresikan sebagai berikut:

$$\iint_R f(x, y) dA = \int_{a_2}^{b_2} \int_{a_1}^{b_1} f(x, y) dx dy$$

Perlu diingat bahwa x adalah variabel integrasi dan y adalah konstanta saat menghitung sisi kanan persamaan di atas. Kondisi ini mungkin saat menentukan turunan parsial (x ,) terhadap x , bukan menggunakan y sebagai konstanta. Kita memperoleh integral berulang yang mengubah urutan integrasi dengan melihat penampang bidang yang sejajar dengan bidang yz . Hal ini menghasilkan:

$$\iint_R f(x, y) dA = \int_{a_1}^{b_1} \int_{a_2}^{b_2} f(x, y) dx dy$$

Penelitian hidrologi internasional oleh (Sentosa dkk., 2021) menegaskan bahwa pendekatan multivariat memberikan estimasi limpasan dan volume hujan yang lebih akurat dibandingkan teknik isohyet manual, terutama pada wilayah dengan curah hujan ekstrem.

3. METODE PENELITIAN

Jenis dan Pendekatan Penelitian

Penelitian ini termasuk dalam kategori penelitian kuantitatif, karena seluruh analisis yang dilakukan bergantung pada data numerik berupa curah hujan bulanan dan jumlah hari hujan di Kabupaten Langkat. Data tersebut diolah secara sistematis menggunakan metode perhitungan matematis untuk menghasilkan estimasi volume air hujan yang akurat. Pendekatan kuantitatif dipilih karena mampu memberikan gambaran objektif mengenai besarnya curah hujan dan potensi volume air yang dapat memicu banjir musiman.

Dalam pelaksanaannya, penelitian ini menggunakan pendekatan pemodelan matematika, yakni suatu pendekatan yang mengubah fenomena fisik dalam hal ini distribusi curah hujan ke dalam bentuk fungsi matematis. Melalui pendekatan ini, curah hujan dipetakan sebagai fungsi dua variabel $f(x, y)$ yang merepresentasikan variasi intensitas hujan secara spasial pada wilayah Kabupaten Langkat. Fungsi tersebut kemudian dianalisis lebih lanjut dengan menggunakan konsep integral lipat dua untuk menghitung volume air hujan yang jatuh pada daerah kajian. Dengan demikian, pendekatan pemodelan matematika memberikan kerangka analitis yang memungkinkan proses kuantifikasi fenomena hidrologis dilakukan secara lebih terukur dan terstruktur.

Pendekatan ini sejalan dengan panduan dalam matematika terapan yang menekankan penggunaan fungsi multivariat dan teknik integrasi untuk menggambarkan dan menganalisis fenomena fisik yang memiliki persebaran spasial (Stewart dkk., 2016). Selain itu, pendekatan matematis seperti ini banyak digunakan dalam studi hidrologi modern untuk mendukung pengambilan keputusan berbasis data dan peningkatan kemampuan prediksi banjir pada wilayah rawan bencana.

Lokasi dan Waktu Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan di Kabupaten Langkat, yaitu salah satu wilayah di Provinsi Sumatera Utara yang memiliki karakteristik hidrologis beragam dan kerap mengalami banjir musiman. Lokasi kajian difokuskan pada zona-zona atau sub-DAS (Daerah Aliran Sungai)

yang secara historis sering terdampak luapan air hujan, seperti wilayah sekitar Bahorok, Sei Bingei, Gebang, dan Pangkalan Susu, yang pada tahun 2024 menunjukkan variasi curah hujan bulanan yang cukup tinggi dan tidak merata. Data empiris yang digunakan pada penelitian ini berasal dari berbagai titik pengamatan curah hujan yang tercantum pada dokumen Kabupaten Langkat tahun 2024, misalnya BPP Bahorok dengan curah hujan 329 mm di bulan Januari, Kuala Nibung 248 mm, maupun wilayah Pantai/Utara yang mencatat intensitas berbeda. Fokus pada lokasi-lokasi tersebut memberikan gambaran yang lebih representatif mengenai distribusi intensitas hujan dan risiko banjir di daerah ini.

Penelitian ini berfokus pada data curah hujan tahun 2024, terutama pada periode musim hujan yang berlangsung dari Desember hingga Juni, ketika intensitas hujan cenderung meningkat dan risiko banjir lebih tinggi. Dengan demikian, pemilihan periode waktu tersebut relevan untuk mengkaji pola presipitasi, variasi spasial curah hujan, serta potensi limpasan air yang dapat menyebabkan banjir pada wilayah terdampak.

Sumber dan Jenis Data

Penelitian ini memanfaatkan dua jenis data, yaitu data primer dan data sekunder, untuk mendukung proses pemodelan matematis serta perhitungan volume air hujan menggunakan integral lipat dua. Data primer diperoleh langsung melalui kegiatan lapangan, seperti observasi kondisi sistem drainase, kapasitas saluran air, titik genangan, serta respons masyarakat terhadap curah hujan tinggi pada wilayah rawan banjir seperti Bahorok, Sei Bingei, Gebang, dan Pangkalan Susu. Kegiatan observasi ini bertujuan memastikan bahwa estimasi matematis mengenai volume air hujan sesuai dengan kondisi aktual di lapangan. Selain itu, wawancara informal dengan masyarakat dan perangkat desa dilakukan untuk mendapatkan informasi mengenai frekuensi, waktu kejadian, serta lokasi banjir yang paling sering terdampak. Informasi kontekstual ini digunakan sebagai penguat interpretasi matematis dan sejalan dengan rekomendasi penelitian hidrologi yang menekankan pentingnya menggabungkan data kuantitatif dengan temuan lapangan (Rahman, 2025).

Sementara itu, data sekunder berperan sebagai sumber utama dalam proses perhitungan dan pemodelan. Data ini mencakup curah hujan bulanan tahun 2024 dari publikasi *Kabupaten Langkat Dalam Angka 2025* yang diterbitkan BPS Kabupaten Langkat, yang memuat informasi dari sepuluh stasiun pengamatan seperti BPP Bahorok, Kuala Nibung, Tanjung Langkat, Pancur Ridho, Turangi Lama, Kuala Pekan, Sei Bingei, Kwala Begumit, Tanjung Jati, dan Brahrang/Selesai. Data hari hujan dari publikasi yang sama turut digunakan untuk memahami distribusi temporal curah hujan, sedangkan data spasial administratif Kabupaten Langkat digunakan sebagai batas wilayah integrasi dalam perhitungan volume menggunakan integral

lipat dua. Seluruh data sekunder ini dipilih karena bersifat kuantitatif, sistematis, dan diterbitkan oleh lembaga resmi yang memiliki kredibilitas tinggi (Farid dkk., 2022; Sentosa dkk., 2021).

Berdasarkan sifatnya, data yang digunakan dalam penelitian ini terdiri atas data kuantitatif dan kualitatif. Data kuantitatif berupa angka curah hujan, jumlah hari hujan, dan luas wilayah yang menjadi dasar dalam perhitungan matematis serta integrasi ganda. Adapun data kualitatif berasal dari hasil observasi lapangan dan wawancara, yang memberikan gambaran kontekstual mengenai kondisi banjir dan sistem drainase di wilayah penelitian.

Tabel 1. Tabel Curah Hujan Kabupaten Langkat (Jan–Des 2024), (BPS, 2025).

Bulan	BPP Bahorok	Kwala Nibung	Tj. Langkat	Pancur Ridho	Turangi Lama	Kuala Pekan	Sei Bingei / Purwo Binangun	Kwala Begumit	Tanjung Jati	Brahrang / Selesai
Januari	329	248	191	150	216	178	279	194	247	203
Februari	160	78	175	190	130	153	63	75	99	80
Maret	124	85	67	130	91	81	180	54	52	55
April	124	241	161	168	139	116	225	331	205	229
Mei	264	238	120	141	168	133	118	178	121	186
Juni	394	384	361	416	382	302	254	238	190	281
Juli	139	86	45	39	77	68	87	29	54	50
Agustus	326	279	199	380	497	456	408	385	219	310
September	426	513	399	481	610	646	425	364	339	333
Oktober	651	484	371	319	507	476	480	337	399	389
November	457	521	559	478	558	515	556	383	374	397
Desember	484	646	593	458	527	388	309	151	48	152

Teknik Pengumpulan Data

Pembentukan Fungsi $f(x,y)$: Melakukan interpolasi spasial (misalnya, metode IDW atau Kriging) terhadap data titik curah hujan stasiun untuk menghasilkan fungsi permukaan curah hujan kontinu, $z = f(x,y)$ di area studi.

Penentuan Batas Integrasi R : Mendefinisikan secara matematis daerah integrasi R (area terdampak) dalam bentuk koordinat kartesius atau polar (jika lebih sesuai).

Perhitungan Integral Lipat Dua: Menghitung Volume Air Hujan (V) dengan menerapkan Integral Lipat Dua:

$$\iint_R f(x,y) dA = \int_{a_2}^{b_2} A(y) dy$$

Analisis dan Interpretasi: Menganalisis hasil nilai V dan menginterpretasikannya dalam konteks risiko banjir dan kemampuan drainase wilayah.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Deskripsi Data dan Wilayah Studi

Gambar 2. Data Curah Hujan dan Banyaknya Hari Hujan di Kab. Langkat Menurut Daerah.

Pengamatan dari Bulan Januari, Februari, Maret, 2024

Daerah Pengamatan <i>Observation</i>	Jan / Jan		Peb / Feb		Mar / Mar	
	Curah Hujan/ <i>Precipitation</i> (mm)	Hari Hujan/ <i>Rainy Days</i> (Hari)	Curah Hujan/ <i>Precipitation</i> (mm)	Hari Hujan/ <i>Rainy Days</i> (Hari)	Curah Hujan/ <i>Precipitation</i> (mm)	Hari Hujan/ <i>Rainy Days</i> (Hari)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
BPP Bahorok	329	10	160	3	124	7
Kwala Nibung	248	13	78	5	85	6
Tj Langkat	191	11	175	5	67	7
Pancur Ridho	150	14	190	8	130	7
Turangi Lama	216	12	130	6	91	9
Kuala Pekan	178	17	153	11	81	9
Sei Bingei/Purwo Binangun	279	15	63	7	180	14
Kwala Begumit	194	12	75	5	54	5
Tanjung Jati	247	10	99	4	52	5
Brahlang/ Selesai	203	9	80	3	55	3
Pardamean	114	8	59	5	31	4
Kwala Bingei	77	6	5	1	28	3
Kwala Madu	115	9	40	2	40	4
Secanggang	142	12	55	5	6	2
Cempa	189	10	41	6	35	5
Padang Tualang	223	9	38	2	63	4
Sawit Langkat	204	10	22	2	65	5
Gebang	151	14	91	6	39	9
Sei Curai Utara	214	12	70	3	137	3
Pangkalan Susu 1	75	9	75	5	68	3
Pulau Kampai	100	10	73	3	41	1
Besitang	98	12	47	5	74	6
Lubuk Kertang	80	9	71	7	68	5
Batang Serangan 1	59	5	0	0	51	6
Pematang Jaya	215	15	83	9	41	9
Kebun Langkup	177	11	89	4	80	8
Kebun Boyan	212	11	50	4	116	9
Poktan Suka Makmur	172	10	60	3	61	6
Kutambaru	129	10	168	6	142	8
BPP Sawit Seberang	90	10	10	2	50	4
Sei Lapan	119	7	66	3	125	2
BPP Sirapit	175	17	77	7	97	10
BPP Tanjung Pura	91	6	68	4	45	4
Wampu	153	9	44	4	40	5
BPP Lubuk Kasih	103	8	75	3	114	5
Rata-rata/ Average	163	11	77	5	74	6

Sumber: Data Bps Kabupaten Langkat 2024

Gambar 3. Data Curah Hujan dan Banyaknya Hari Hujan di Kab. Langkat Menurut Daerah Pengamatan dari Bulan April, Mei, Juni, 2024.

Daerah Pengamatan Observation	Apr / Apr		Mei / May		Jun / June	
	Curah Hujan/ Precipitation (mm)	Hari Hujan/ Rainy Days (Hari)	Curah Hujan/ Precipitation (mm)	Hari Hujan/ Rainy Days (Hari)	Curah Hujan/ Precipitation (mm)	Hari Hujan/ Rainy Days (Hari)
(1)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
BPP Bahorok	124	7	264	13	394	10
Kwala Nibung	241	10	238	10	384	16
Tj Langkat	161	8	120	8	361	16
Pancur Ridho	168	10	141	13	416	16
Turangi Lama	139	11	168	11	382	17
Kuala Pekan	116	13	133	11	302	16
Sei Bingei/Purwo Binangun	225	12	118	11	254	18
Kwala Begumit	331	12	178	12	238	19
Tanjung Jati	205	12	121	10	190	12
Brahrang/ Selesai	229	10	186	10	281	10
Pardamean	50	9	116	10	239	17
Kwala Bingei	76	4	141	9	224	10
Kwala Madu	123	4	75	7	258	12
Secanggang	131	8	91	10	160	12
Cempa	63	8	105	12	63	13
Padang Tualang	50	6	198	10	205	9
Sawit Langkat	163	6	246	7	191	15
Gebang	30	7	229	14	116	17
Sei Curai Utara	75	4	212	11	81	6
Pangkalan Susu 1	114	5	112	8	401	12
Pulau Kampai	58	2	245	9	211	14
Besitang	67	5	187	11	353	17
Lubuk Kertang	104	8	62	10	390	16
Batang Serangan 1	40	7	77	8	113	10
Pematang Jaya	66	10	204	16	237	19
Kebun Langkup	231	9	208	12	423	15
Kebun Boyan	214	9	152	10	351	13
Poktan Suka Makmur	239	8	200	12	198	12
Kutambaru	204	8	182	10	234	10
BPP Sawit Seberang	90	5	228	12	308	15
Sei Lapan	162	5	111	10	423	9
BPP Sirapit	365	17	269	13	473	22
BPP Tanjung Pura	65	6	157	7	311	11
Wampu	107	9	285	12	215	16
BPP Lubuk Kasih	60	4	265	10	492	15
Rata-rata/ Average	140	8	172	11	282	14

Sumber: Data Bps Kabupaten Langkat 2024

Gambar 4. Data Curah Hujan dan Banyaknya Hari Hujan di Kab. Langkat Menurut Daerah Pengamatan dari Bulan Juli, Agustus, September, 2024.

Daerah Pengamatan Observation	Jul / July		Ags / Aug		Sep / Sept	
	Curah Hujan/ Precipitation (mm)	Hari Hujan/ Rainy Days (Hari)	Curah Hujan/ Precipitation (mm)	Hari Hujan/ Rainy Days (Hari)	Curah Hujan/ Precipitation (mm)	Hari Hujan/ Rainy Days (Hari)
(1)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)
BPP Bahorok	139	5	326	11	426	13
Kwala Nibung	86	5	279	17	513	16
Tj Langkat	45	3	199	13	399	19
Pancur Ridho	39	5	380	17	481	20
Turangi Lama	77	6	497	17	610	20
Kuala Pekan	68	10	456	21	646	18
Sei Bingei/Purwo Binangun	87	11	408	21	425	17
Kwala Begumit	29	8	385	18	364	18
Tanjung Jati	54	8	219	14	339	11
Brahlang/ Selesai	50	2	310	16	333	12
Pardamean	92	10	282	15	340	17
Kwala Bingei	52	4	250	11	341	11
Kwala Madu	41	5	296	10	349	14
Secanggang	86	10	192	11	281	13
Cempa	59	14	175	10	235	17
Padang Tualang	61	10	172	13	344	16
Sawit Langkat	53	4	221	15	355	14
Gebang	91	14	131	20	301	19
Sei Curai Utara	183	6	116	9	170	7
Pangkalan Susu 1	129	13	124	13	337	17
Pulau Kampai	133	6	92	7	310	14
Besitang	173	11	197	16	279	20
Lubuk Kertang	111	11	121	20	279	18
Batang Serangan 1	20	3	214	11	195	17
Pematang Jaya	66	11	219	22	231	23
Kebun Langkup	103	3	299	15	447	16
Kebun Boyan	133	6	360	16	492	20
Poktan Suka Makmur	18	4	358,5	14	327,5	12
Kutambaru	65	5	413	17	301	15
BPP Sawit Seberang	45	10	305	16	353	12
Sei Lapan	260	5	142	9	444	10
BPP Sirapit	50	8	295	18	458	19
BPP Tanjung Pura	129	5	108	8	2	1
Wampu	62	7	320	16	361	16
BPP Lubuk Kasih	209	11	305	15	734	17
Rata-rata/ Average	89	7	262	15	366	15

Sumber: Data Bps Kabupaten Langkat 2024

Gambar 5. Data Curah Hujan dan Banyaknya Hari Hujan di Kab. Langkat Menurut Daerah Pengamatan dari Bulan Oktober, November, Desember, 2024.

Daerah Pengamatan Observation	Okt./Oct		Nop./Nov		Des./Dec	
	Curah Hujan/ Precipitation (mm)	Hari Hujan/ Rainy Days (Hari)	Curah Hujan/ Precipitation (mm)	Hari Hujan/ Rainy Days (Hari)	Curah Hujan/ Precipitation (mm)	Hari Hujan/ Rainy Days (Hari)
(1)	(20)	(21)	(22)	(23)	(24)	(25)
BPP Bahorok	651	18	457	20	484	19
Kwala Nibung	484	17	521	23	646	21
Tj Langkat	371	16	559	18	593	17
Pancur Ridho	319	19	478	23	458	25
Turangi Lama	507	20	558	25	527	23
Kuala Pekan	476	21	515	23	388	18
Sei Bingei/Purwo Binangun	480	19	556	18	309	17
Kwala Begumit	337	19	383	18	151	13
Tanjung Jati	399	16	374	14	48	10
Brahrang/ Selesai	389	15	397	11	152	6
Pardamean	278	18	375	19	225	16
Kwala Bingei	240	12	334	12	209	9
Kwala Madu	302	14	332	14	196	10
Secanggang	264	17	347	17	132	13
Cempa	258	22	375	20	200	16
Padang Tualang	215	16	419	16	263	14
Sawit Langkat	195	12	457	17	178	9
Gebang	319	22	358	23	172	20
Sei Curai Utara	17	3	126	11	189	15
Pangkalan Susu 1	229	16	253	13	291	14
Pulau Kampai	168	9	239	12	176	10
Besitang	253	20	172	21	292	18
Lubuk Kertang	206	22	245	26	194	9
Batang Serangan 1	331	17	379	20	140	15
Pematang Jaya	172	20	216	24	172	27
Kebun Langkup	407	17	408	21	357	18
Kebun Boyan	451	14	552	24	439	21
Poktan Suka Makmur	351	13	339,5	14	122	8
Kutambaru	311	11	476	19	360	20
BPP Sawit Seberang	415	17	388	17	175	15
Sei Lapan	194	12	394	9	142	11
BPP Sirapit	537	19	566	24	431	19
BPP Tanjung Pura	133	11	395	13	271	12
Wampu	265	17	493	16	327	10
BPP Lubuk Kasih	452	15	299	13	334	8
Rata-rata/ Average	325	16	392	18	278	15

Sumber: Data Bps Kabupaten Langkat 2024

Penelitian ini mengandalkan data mengenai hujan dan jumlah hari hujan di Kabupaten Langkat pada tahun 2024 yang diambil dari beberapa stasiun pengamatan curah hujan, termasuk BPP Bahorok, Kuala Nibong, Tj. Langkat, Pangkalan Brandan, Kuala Begumit, dan lokasi lainnya. Data yang dianalisis merupakan data bulanan untuk bulan Januari, Februari, dan Maret 2024. Rata-rata curah hujan dari seluruh titik pengamatan diolah setiap bulan, kemudian diubah dari satuan milimeter (mm) menjadi meter (m).

Area studi mencakup keseluruhan Kabupaten Langkat, yang terletak di Provinsi Sumatera Utara, dengan luas sebagai batas analisis. Untuk menghitung volume air hujan, digunakan metode integral lipat dua berdasarkan jumlah Riemann, di mana rata-rata curah hujan bulanan dianggap sebagai fungsi yang merata di seluruh area. Volume air hujan per bulan dihitung dengan mengalikan angka curah hujan (dalam meter) dengan luas Kabupaten Langkat, sehingga dihasilkan estimasi total volume air hujan bulanan yang turun di area tersebut.

Pemodelan Fungsi Curah Hujan

Volume hujan di wilayah D dengan Integral Lipat Dua Riemann Sum adalah sebagai berikut:

$$V = \iint_D R(x, y) dA \approx \sum_{i=1}^n R_i \cdot A_i$$

Dengan: R_i = curah hujan (m)

A_i = luas wilayah yang diwakili (m^2)

Model menjadi

$$V_{bulan} = R_{bulan} \times A_{Langkat}$$

Hasil Perhitungan Volume Air Hujan

Konversi Curah Hujan

$$R(meter) = \frac{R(meter)}{1000}$$

Tabel 6. Tabel Rata-Rata Curah Hujan.

Bulan	Rata-Rata Curah Hujan (m)
Januari	0,163
Februari	0,077
Maret	0,074
April	0,14
Mai	0,172
Juni	0,282
Juli	0,089
Agustus	0,262
September	0,366
Oktober	0,325
November	0,392
Desember	0,278

Perhitungan Volume Tiap Bulan

$$V_{bulan} = R_{bulan}(m) \times A(m^2)$$

$$A = 6.263.290.000 m^2$$

$$\begin{aligned} V_{Januari} &= R_{Januari}(m) \times A(m^2) \\ &= 0,163 \times 6.263.290.000 \end{aligned}$$

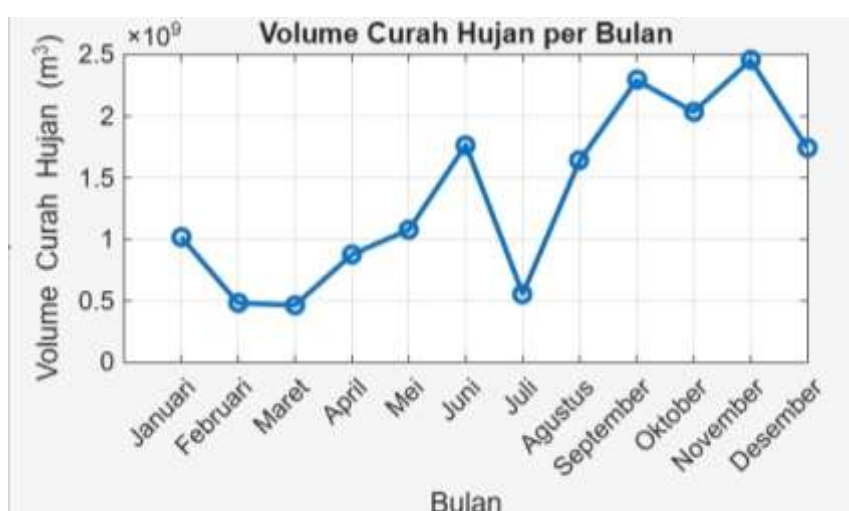
$$= 1.020.916.270 \text{ m}^3$$

Berikut merupakan volume curah hujan semua bulan yang dikerjakan menggunakan rumus diatas.

Tabel 7. Tabel Volume Curah Hujan.

Bulan	Volume Curah Hujan (m ³)	Kategori Dampak
Januari	1.020.916.270	Sedang
Februari	482.273.330	Rendah
Maret	463.483.460	Rendah
April	876.860.600	Sedang-Rendah
Mai	1.077.285.880	Sedang
Juni	1.766.247.780	Sedang-Tinggi
Juli	557.432.810	Rendah
Agustus	1.640.981.980	Sedang-Tinggi
September	2.292.364.140	Sangat Tinggi
Oktober	2.035.569.250	Tinggi
November	2.455.209.680	Ekstrim
Desember	1.741.194.620	Sedang-Tinggi
Jumlah	16.409.819.800	

Estimasi volume air hujan yang jatuh di Kabupaten Langkat dalam setahun pada tahun 2024 adalah 16.409.819.800 m³.



Gambar 1. Grafik Linear Volume Curah Hujan.

Interpretasi Mitigasi Banjir

Berdasarkan hasil perhitungan volume curah hujan bulanan di Kabupaten Langkat pada tahun 2024, ditemukan variasi potensi banjir yang berbeda tiap bulan. Penilaian risiko ini mengacu pada parameter limpasan air hujan dan kapasitas tampungan wilayah yang digunakan oleh (BNPB, 2022) dalam model penilaian risiko banjir nasional, serta pedoman hidrologi pembangunan drainase oleh yang menyatakan bahwa banjir terjadi apabila volume limpasan

air hujan melebihi kapasitas sungai dan saluran air. Pada bulan Februari, Maret, dan Juli, volume air hujan yang terjadi berada di bawah 500 juta m³, sehingga dikategorikan sebagai rendah dan tidak berpotensi menimbulkan banjir. Kondisi ini sejalan dengan kriteria (BMKG, 2021) yang menyatakan bahwa daerah dengan volume curah hujan rendah umumnya masih dapat ditampung oleh sistem tanah dan aliran permukaan secara alami.

Volume curah hujan pada bulan April menunjukkan nilai 876,86 juta m³, yang termasuk dalam kategori rendah–sedang, sehingga kemungkinan hanya menyebabkan genangan lokal pada titik-titik yang memiliki kapasitas drainase buruk. Hal ini menunjukkan bahwa genangan cenderung terjadi pada daerah dataran rendah ketika volume air mencapai tingkat menengah (JICA, 2021). Pada bulan Januari, Mei, dan Juni, volume curah hujan berkisar antara 1,02 miliar m³ hingga 1,76 miliar m³, sehingga masuk kategori risiko banjir sedang. Kondisi ini dapat menyebabkan banjir skala kecil hingga sedang, terutama di wilayah yang berdekatan dengan sungai serta daerah permukiman tanpa sistem pengaliran air yang optimal (BNPB, 2022).

Volume pada bulan Agustus dan Desember, yang masing-masing mencapai 1,64 miliar m³ dan 1,74 miliar m³, termasuk kategori sedang–tinggi, sehingga wilayah tersebut berpotensi mengalami banjir biasa akibat kapasitas infiltrasi tanah dan drainase yang mulai terlampaui. Sementara itu, bulan September dan Oktober menunjukkan volume curah hujan lebih dari 2 miliar m³, sehingga masuk kategori tinggi hingga sangat tinggi. Berdasarkan (JICA, 2021) dan model hidrologi, kondisi ini dapat menyebabkan sungai meluap dan peningkatan debit permukaan yang signifikan (Farid dkk., 2022). Puncak curah hujan terjadi pada bulan November, dengan volume 2,45 miliar m³, menjadikannya periode dengan risiko banjir besar. Hal ini konsisten dengan laporan yang menyatakan bahwa wilayah Sumatera Utara, termasuk Langkat, biasanya mengalami puncak hujan pada fase monsun basah yang memicu peningkatan debit air permukaan dan banjir musiman (BMKG, 2022).

Puncak curah hujan selama periode tersebut berkontribusi pada peningkatan signifikan dalam volume aliran permukaan dan sungai dalam waktu yang singkat. Jika kapasitas sungai dan sistem drainase tidak memadai, maka risiko air meluap besar, yang akan menimbulkan banjir di daerah rendah serta permukiman di sekitar sungai, (Wicaksono dkk., 2018).

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Penelitian ini berhasil melakukan pemodelan intensitas curah hujan dan analisis volume air hujan di Kabupaten Langkat berbasis integral lipat dua. Berdasarkan hasil pengolahan data curah hujan tahun 2024 dari berbagai stasiun pengamatan, diperoleh bahwa distribusi presipitasi di wilayah ini cenderung tidak merata secara spasial dan temporal. Perhitungan volume menggunakan integral lipat dua menunjukkan bahwa total estimasi air hujan yang jatuh di Kabupaten Langkat sepanjang tahun 2024 mencapai 16.409.819.800 m³, yang mana angka tersebut merupakan volume yang sangat besar untuk diterima oleh sistem drainase konvensional di wilayah ini.

Variasi curah hujan bulanan yang paling signifikan terjadi pada periode September hingga Desember, yang ditandai dengan peningkatan volume air yang tajam dibandingkan bulan lainnya. Kondisi ini menjadi indikator kuat bahwa risiko banjir musiman meningkat pada periode tersebut, terutama pada kecamatan yang berada di dataran rendah serta di sekitar Daerah Aliran Sungai (DAS).

Dari perspektif matematis dan hidrologis, penelitian ini membuktikan bahwa penggunaan integral lipat dua merupakan pendekatan yang efektif dalam memvisualisasikan dan menghitung volume air hujan pada wilayah luas dengan distribusi intensitas yang tidak seragam. Metode ini mampu mengintegrasikan data klimatologis serta analisis spasial sehingga menghasilkan informasi kuantitatif yang lebih presisi dan aplikatif dalam mitigasi risiko banjir. Dengan demikian, tujuan penelitian terkait pemodelan curah hujan, perhitungan volume, dan kontribusi terhadap mitigasi banjir dapat dikatakan terpenuhi secara menyeluruh.

Saran

Berdasarkan hasil penelitian, terdapat beberapa rekomendasi yang dapat dijadikan tindak lanjut dalam upaya mitigasi banjir di wilayah terdampak. Optimalisasi infrastruktur pengendalian banjir menjadi langkah utama, termasuk peningkatan kapasitas saluran drainase, normalisasi aliran sungai, serta pembangunan kolam retensi dan sumur resapan pada kawasan dengan risiko banjir tinggi. Pemerintah daerah juga perlu memperketat pengawasan terhadap perubahan tata guna lahan, khususnya di area resapan pada bagian hulu sungai, guna menekan peningkatan limpasan permukaan yang berpotensi memperburuk banjir. Selain itu, pengembangan sistem peringatan dini berbasis data curah hujan secara real-time dinilai penting agar masyarakat dapat lebih siap menghadapi periode intensitas hujan tinggi. Untuk penelitian mendatang, model integral lipat dua disarankan agar dikombinasikan dengan model limpasan permukaan serta karakteristik hidrologi tanah agar estimasi debit banjir menjadi lebih akurat.

Tidak kalah penting, peningkatan edukasi serta keterlibatan aktif masyarakat dalam manajemen risiko banjir merupakan kunci dalam meminimalkan dampak sosial dan ekonomi yang ditimbulkan oleh bencana ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Apriandi, D., & Krisdiana, I. (2016). Analisis kesulitan mahasiswa dalam memahami materi integral lipat dua pada koordinat polar mata kuliah kalkulus lanjut. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 7(2), 123–134. <https://doi.org/10.24042/ajpm.v7i2.19>
- Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika. (2021). Analisis curah hujan dan kategori dampak hidrometeorologi di Indonesia. <https://www.bmkg.go.id/iklim/?p=analisis-curah-hujan>
- Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika. (2022). Pola musim dan intensitas hujan di Sumatera Utara. BMKG Wilayah I Medan.
- Badan Nasional Penanggulangan Bencana. (2022). Model risiko banjir Indonesia (InaRISK Platform).
- Brownlowe, N., & Stammeier, N. (2016). The boundary quotient for algebraic dynamical systems. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 438(2), 772–789. <https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2016.02.015>
- Farid, M. N. F., Sayekti, R. W., & Ismoyo, M. J. (2022). Studi evaluasi kebutuhan air irigasi dan penyusunan jadwal pembagian air pada daerah irigasi Nglirip Kabupaten Tuban. *Jurnal Teknologi dan Rekayasa Sumber Daya Air*, 2(1), 105–115. <https://doi.org/10.21776/ub.jtresda>
- Irwan, M. (2021). Penerapan integral lipat dua dalam penentuan volume permukaan kuadratis. *Jurnal Matematika dan Statistika serta Aplikasinya*, 9(1), 111–118.
- Japan International Cooperation Agency, & Kementerian Pekerjaan Umum dan Perumahan Rakyat. (2021). Flood hazard mapping and water management in Indonesia.
- Marjulisa, R., & M., I. (2023). Aturan titik tengah double untuk integral Riemann–Stieltjes. *Jurnal Matematika Integratif*, 19(1), 29–39. <https://doi.org/10.24198/jmi.v19.n1.45399>
- Pratama, R., & H. E. (2020). Analisis distribusi curah hujan dengan metode Thiessen dan Isohyet untuk prediksi potensi banjir. *Jurnal Hidrologi Indonesia*, 11(2).
- Putra, A., Rinanto, N., Maulana, A., Adhitya, R. Y., & Riananda, D. P. (2024). Visualisasi 3D dan estimasi volume data batimetri menggunakan metode trapezoidal numerical integration. *Jurnal Elkolind*, 11(2). <https://doi.org/10.33795/elkolind.v11i2.6477>
- Rahman, S. (2025). Pemodelan hidrologi–hidraulik terpadu untuk penilaian risiko banjir di daerah aliran sungai tropis perkotaan. *Jurnal Pendidikan Tambusai*, 9(2), 22811–22821.

- Sentosa, A. K., Asdak, C., & Suryadi, E. (2021). Estimasi volume limpasan dan debit puncak Sub DAS Cikeruh menggunakan metode SCS-CN (Soil Conservation Service–Curve Number). *Jurnal Keteknikaan Pertanian Tropis dan Biosistem*, 9(1), 90–98. <https://doi.org/10.21776/ub.jkptb.2021.009.01.10>
- Stewart, J. (2016). *Early transcendentals* (8th ed.). Cengage Learning.
- Wicaksono, B., Juwono, P. T., & Sisinggih, D. (2018). Analisis kinerja sistem drainase terhadap penanggulangan banjir dan genangan berbasis konservasi air di Kecamatan Bojonegoro Kabupaten Bojonegoro. *Jurnal Teknik Pengairan*, 9(2), 70–81. <https://doi.org/10.21776/ub.pengairan.2018.009.02.1>
- Yulianur, A., Fauzi, A., & Humaira, Z. (2018). The difference of drainage channel dimensions at Kopelma Darussalam on the land with and without the use of bio pores. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 352(1), 012040. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/352/1/012040>
- Zill, D. (2018). *Advanced engineering mathematics* (6th ed.). Jones & Bartlett Learning.