



Analisis Laju Pertumbuhan Kota Pematang Siantar dengan Menggunakan Konsep Integral Tak Wajar pada Tahun 2024-2025

Suvriadi Panggabean^{1*}, Petra Putri Sarinah Pandiangan², Mhd Fachrizal³,
Arief Rachman Pakpahan⁴, Alya Dwi Lestari⁵, Livia Mutianda⁶,
Lestari Novianti Sinurat⁷

¹⁻⁷Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Program Studi Matematika,
Universitas Negeri Medan, Indonesia

Alamat: Jl. William Iskandar Ps.V, Kenangan Baru, Kec. Percut Sei Tuan, Kabupaten Deli Serdang,
Sumatera Utara, 20221

Korespondensi penulis: suvriadi@unimed.ac.id*

Abstract. In this study, the population growth rate of Pematang Siantar City during the period 2022–2025 is discussed through an improper integral approach. Population growth patterns must be analyzed and predicted in the long term. Linear, geometric, and exponential growth models are used to analyze data taken from the Statistics Center. The calculation results show that the population growth rate changes every year, with an average change of 0.10% per year. The prediction for 2025–2026 shows a growth of 0.59%, indicating an increase in population. However, through an improper integral approach, it is found that a population that experiences a decrease in growth rate over time will reach a limited cumulative total population value, even if the population continues to increase. These results indicate that a long-term downward trend can lead to population shrinkage, uncontrolled growth can lead to population density. As a result, this study is expected to provide a scientific basis for population policies and sustainable development planning in Pematang Siantar City.

Keywords: Improper integral, Mathematics, Pematang Siantar City, Population growth.

Abstrak. Dalam penelitian ini, laju pertumbuhan penduduk Kota Pematang Siantar selama periode 2022–2025 dibahas melalui pendekatan integral tak wajar. Pola pertumbuhan populasi harus dianalisis dan diprediksi dalam jangka panjang. Model pertumbuhan linier, geometrik, dan eksponensial digunakan untuk menganalisis data yang diambil dari Pusat Statistik. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa laju pertumbuhan penduduk berubah setiap tahun, dengan rata-rata perubahan sebesar 0,10% per tahun. Prediksi untuk tahun 2025–2026 menunjukkan pertumbuhan sebesar 0,59%, yang menunjukkan peningkatan populasi. Namun, melalui pendekatan integral tak wajar, diperoleh hasil bahwa populasi yang mengalami penurunan laju pertumbuhan dari waktu ke waktu akan mencapai nilai total populasi kumulatif yang terbatas, bahkan jika populasi itu terus meningkat. Hasil ini menunjukkan bahwa tren penurunan jangka panjang dapat menyebabkan penyusutan populasi, pertumbuhan yang tidak terkendali dapat menyebabkan kepadatan penduduk. Hasilnya, penelitian ini diharapkan dapat memberikan dasar ilmiah untuk kebijakan kependudukan dan perencanaan pembangunan berkelanjutan Kota Pematang Siantar.

Kata kunci: Integral tak wajar, Matematika, Kota Pematang Siantar, Pertumbuhan penduduk.

1. LATAR BELAKANG

Matematika adalah salah satu cabang ilmu pengetahuan yang memiliki banyak keunggulan. Salah satu aplikasi utamanya adalah penerapan konsep kalkulus, khususnya prinsip integral, dalam kehidupan sehari-hari. Konsep kalkulus, terutama teori integral, yang berperan sangat penting dalam matematika, tetapi juga dalam berbagai bidang lain seperti fisika, teknik, ekonomi, dan statistik (Pipit ; dkk 2020) .

Kalkulus merupakan suatu bagian dalam ilmu matematika yang meliputi konsep limit, derivatif, integral, dan deret tak hingga. Ilmu ini merupakan fondasi penting yang sebaiknya dikuasai secara mendalam oleh para mahasiswa, calon guru, dan calon ilmuwan (Apriandi & Krisdiana, 2016). Materi integral di tingkat perguruan tinggi mencakup berbagai aspek, seperti menghitung integral tentu, menghitung integral tak tentu, menentukan luas permukaan benda putar, serta menghitung volume benda putar (Wahyuni et al., 2019).

Integral adalah konsep dasar dalam matematika yang digunakan untuk mengukur luas di bawah kurva sebuah fungsi terhadap sumbu x . Secara umum, integral terbagi menjadi dua jenis, yaitu integral tak tentu dan integral tentu. Integral tentu sendiri dapat dibagi kembali menjadi dua kategori: integral wajar dan integral tak wajar. Integral tak wajar digunakan ketika integral tentu biasa tidak dapat dihitung, biasanya karena batas integrasinya melibatkan tak terhingga.

Integral tak wajar terbagi menjadi dua tipe: tipe I dan tipe II. Integral tak wajar tipe I memiliki salah satu batas, baik batas atas maupun batas bawah, yang tak terhingga. Sementara itu, integral tak wajar tipe II digunakan ketika fungsi yang diintegrasikan memiliki singularitas atau ketidakberlanjutan di dalam interval integrasinya. Untuk menyelesaikan integral tak wajar tipe I dan tipe II, biasanya digunakan metode numerik (Prihandono & Intisari, 2024).

Integral dengan batas tak hingga sering kali disebut sebagai integral tak wajar. Tipe integral ini mencakup integral dengan batas atas yang tak terhingga, integral dengan batas bawah yang tak terhingga, serta integral yang memiliki batas atas dan bawah yang keduanya tak terhingga. Artikel ini akan membahas cara penyelesaian beberapa kasus integral tak wajar dengan memanfaatkan fungsi gamma dan fungsi beta (Pipit Muliyah, dkk ; 2020).

Integral tak wajar adalah jenis integral yang memiliki batas integrasi yang tak terbatas atau mengandung fungsi yang tidak terdefinisi pada setidaknya satu titik dalam interval integrasinya. Sering kali, integral tak wajar ini menjadi tantangan karena sulit diselesaikan secara analitik, sehingga membutuhkan metode khusus atau pendekatan numerik untuk penyelesaiannya.

Ilmu kalkulus merupakan salah satu cabang dari matematika yang dipelajari secara mendalam di tingkat perguruan tinggi sebagai mata kuliah. Kalkulus sering dianggap sebagai pintu gerbang menuju pemahaman matematika yang lebih kompleks. Dalam kajian kalkulus, kita mengenal dua bagian utama, yaitu kalkulus diferensial dan kalkulus integral. Teori integral menjadi salah satu konsep yang sangat penting dalam ilmu matematika, memberikan dasar yang kuat untuk pemahaman yang lebih luas dalam disiplin ini (Prihandono & Intisari, 2024).

Indonesia menempati urutan keempat sebagai negara dengan jumlah penduduk terbanyak di dunia, setelah Tiongkok, India, dan Amerika Serikat. Besarnya jumlah penduduk ini seharusnya menjadi aset strategis dalam mendorong laju pembangunan serta pertumbuhan ekonomi nasional. Dalam kurun waktu sepuluh tahun terakhir, Indonesia berhasil mencatatkan rata-rata pertumbuhan ekonomi sebesar 5,6 persen, meskipun sejumlah negara lain menghadapi perlambatan akibat krisis finansial global (et al., 2021).

Kota Pematangsiantar adalah kota yang berada di Provinsi Sumatera Utara merupakan kota terbesar setelah Kota Medan, daerah yang dekat dengan destinasi wisata utama Indonesia, Danau Toba. Sepanjang tahun 2019, pertumbuhan ekonomi kota ini mengalami perlambatan akibat pertumbuhan ekonomi global yang masih lesu (Damanik & Purba, 2022).

2. KAJIAN TEORITIS

Pematang Siantar merupakan suatu daerah yang dahulu merupakan bagian dari Kerajaan Siantar, salah satu dari tujuh kerajaan di Simalungun. Pada tahun 1906, Pulau Holing adalah tempat pemerintahan kerajaan ini, dipimpin oleh Sang Nawaluh Damanik, seorang raja yang terkenal. Seiring berjalannya waktu, wilayah Pulau Holing berkembang menjadi perkampungan pemukiman yang meliputi beberapa pemukiman, seperti Suhi Haluan, Siantar Bayu, Suhi Kahean, Pantoan, Suhi Bah Bosar, dan Tomuan. Wilayah tersebut kemudian ditetapkan sebagai wilayah hukum Kota Pematang Siantar. Kini, Siantar Bayu dikenal sebagai Pusat Kota, Suhi Kahean sebagai Kampung Sipinggol-pinggol, dan Pulau Holing sebagai Kampung Pematang, Melayu, Martoba, Sukadame, dan Bane adalah contoh daerah lain yang ada. Pada saat itu, kawasan tersebut telah menjadi kampung Kristen, dengan penempatan Karo, Tomuan, Pantoan, Toba, dan Martimbang (Saragih dkk., 2022). Ketika sebagian besar penduduknya berada dalam rentang usia produktif 15 hingga 64 tahun, suatu negara dapat dianggap memiliki penduduk sebagai aset berharga. Artinya mereka beroperasi sebagai tenaga kerja yang siap baik secara kualitas maupun kuantitas. Namun, jumlah penduduk yang banyak tanpa diikuti dengan kualitas yang baik dapat menjadi hambatan bagi perkembangan ekonomi suatu negara. Berbagai faktor, seperti migrasi, angka kematian, dan hal-hal yang berhubungan dengan kehidupan, mempengaruhi pertumbuhan atau perkembangan penduduk. Karakteristik dan tantangan khas yang mempengaruhi dinamika pertumbuhan dan perkembangan penduduk ada di setiap daerah. Dengan demikian, dinamika ini memiliki dampak besar terhadap kehidupan masyarakat secara keseluruhan (Elidawaty Purba & Manurung, 2023).

Jumlah penduduk di daerah perkotaan mengalami peningkatan yang lebih signifikan dibandingkan dengan di pedesaan. Hal ini mengakibatkan jumlah dan jenis kebutuhan penduduk perkotaan menjadi lebih besar dan beragam, baik dari segi kuantitatif maupun kualitatif, jika dibandingkan dengan penduduk di daerah pedesaan. Kebutuhan kuantitatif tersebut mencakup berbagai aspek, seperti perumahan, pendidikan, lapangan pekerjaan, kesehatan, rekreasi, serta fasilitas pelayanan kota, seperti akses jalan, air bersih, listrik, transportasi umum, komunikasi, dan lain-lain (Laila Hasyim Tambun et al., 2023)

Pertumbuhan penduduk menunjukkan perubahan dalam populasi dari waktu ke waktu, yang dapat diukur sebagai perubahan jumlah individu dalam suatu populasi berdasarkan unit waktu tertentu. Meskipun istilah ini mencakup semua spesies, biasanya lebih sering merujuk pada manusia. Dalam konteks ini, pertumbuhan penduduk sering digunakan secara tidak resmi untuk menyebut demografi pertumbuhan penduduk, khususnya pertumbuhan populasi global. Selain itu, pertumbuhan penduduk juga dapat diartikan sebagai perubahan jumlah penduduk di suatu wilayah tertentu setiap tahunnya. Hal ini bermanfaat untuk memperkirakan jumlah penduduk di masa depan. Laju pertumbuhan penduduk adalah angka yang menggambarkan tingkat penambahan penduduk dalam setahun selama periode tertentu. Angka ini dinyatakan sebagai persentase dari populasi awal. Laju pertumbuhan penduduk dapat dihitung dengan tiga metode, yaitu aritmatik, geometrik, dan eksponensial (Purwadi et al., 2019).

Integral tak wajar jenis pertama mempunyai batas tak terhingga pada interval tertentu, sementara integral tak wajar jenis kedua terkait dengan fungsi yang tidak terdefinisi dalam interval tersebut. Oleh karena itu, integral ini disebut sebagai integral tak wajar dengan batas pengintegralan yang tak terhingga, merujuk pada bentuk berikut:

- a. $\int_a^{+\infty} f(x) dx = \lim_{c \rightarrow +\infty} \int_a^c f(x) dx$
- b. $\int_{-\infty}^b f(x) dx = \lim_{c \rightarrow -\infty} \int_c^b f(x) dx$
- c. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \lim_{c \rightarrow -\infty} \int_c^b f(x) dx + \lim_{a \rightarrow \infty} \int_{-b}^a f(x) dx$

Jika limit di sisi kanan ada dan bernilai terhingga, maka integral yang tidak wajar tersebut terkait dengan konvergensi dan memiliki nilai yang terhingga (Prihandono & Intisari, 2024).

Pertumbuhan jumlah penduduk dapat dianalisis dengan beberapa pendekatan matematis, dua di antaranya adalah pendekatan geometri dan eksponensial. Kedua pendekatan ini menggunakan laju pertumbuhan penduduk (rate of growth). Pertumbuhan penduduk mengacu pada perubahan jumlah penduduk di suatu wilayah dalam periode waktu tertentu,

yang berguna untuk memprediksi jumlah penduduk di masa depan. Dalam pendekatan geometrik, pertumbuhan penduduk dianggap mengikuti perhitungan bunga majemuk, dengan laju pertumbuhan yang dianggap tetap setiap tahun. Sedangkan dalam pendekatan eksponensial, pertumbuhan penduduk diasumsikan terus berlangsung akibat faktor kelahiran dan kematian yang terjadi pada waktu tertentu (Ramadhani & Siagian, 2021).

Untuk mencapai tujuan penelitian ini, digunakan dua pendekatan matematis, yaitu pendekatan geometri dan eksponensial. Dalam pendekatan geometri, diasumsikan bahwa pertumbuhan jumlah penduduk berlangsung dengan persentase tetap setiap periode waktu. Jika P_t adalah jumlah penduduk pada tahun ke- t , dan P_0 merupakan jumlah penduduk awal, maka pertumbuhan tahunan sebesar r persen akan menghasilkan proyeksi jumlah penduduk sebagai berikut: $P_t = P_0 (1+r)^t$

Berbeda halnya dengan pendekatan eksponensial, di mana perubahan jumlah penduduk tiap periode dianggap terjadi dengan persentase tetap yang disebut dengan laju pertumbuhan eksponensial rekspensial. Dalam model ini, laju pertumbuhan tersebut dianggap konstan dan tidak dipengaruhi oleh jumlah penduduk yang ada. Model proyeksi penduduk berdasarkan pendekatan eksponensial dirumuskan sebagai: $dP/dt \text{ eksponensial} = \text{rekspensial} \cdot P_t = k \cdot P_t$ (AlEideh & Al-Omar, 2019).

Prediksi pertumbuhan penduduk bertujuan untuk mengetahui jumlah populasi di masa depan. Jika pertumbuhan penduduk tidak dikendalikan, hal ini dapat menimbulkan berbagai dampak negatif seperti meningkatnya kesenjangan sosial dan angka kemiskinan. Pemerintah pusat melalui Peraturan Pemerintah Nomor 87 Tahun 2014 telah berupaya mengendalikan laju pertumbuhan penduduk dengan menggalakkan program Keluarga Berencana (KB). Selama ini, berbagai kebijakan telah diterapkan secara luas dan sporadis melalui kegiatan massal serta penyuluhan. Namun, dalam pelaksanaannya, setiap daerah menghadapi tantangan yang berbeda-beda. Badan Kependudukan dan Keluarga Berencana Nasional (BKKBN) juga telah menyusun Rencana Strategis (Renstra) untuk mengedukasi masyarakat mengenai pentingnya program KB. Di sisi lain, Badan Pusat Statistik (BPS) telah melakukan proyeksi jumlah penduduk, tetapi masih dibutuhkan kajian akademis guna memperkaya literatur mengenai metode prediksi yang paling efektif. Memiliki gambaran tentang pertumbuhan jumlah penduduk di masa mendatang sangat penting agar pemerintah dapat mengambil langkah antisipatif terhadap potensi lonjakan populasi (Ramadhani & Siagian, 2021).

Penurunan signifikan dalam jumlah penduduk yang dapat terjadi akibat berbagai faktor, seperti tren demografis jangka panjang seperti tingkat kelahiran yang lebih rendah dari tingkat penggantian, urbanisasi, kelaparan, peperangan, migrasi masyarakat kulit putih, perpindahan dari kota ke desa, kekerasan, penyakit, atau penyebab lainnya (Wikipedia, 2023).

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menerapkan pendekatan kuantitatif berbasis data untuk mengkaji dinamika pertumbuhan penduduk di Kota Pematang Siantar pada tahun 2025. Data populasi dari tahun 2024 hingga 2025 dikumpulkan dari sumber resmi, termasuk Badan Pusat Statistik serta Dinas Kependudukan setempat. Dalam menganalisis pola pertumbuhan, penelitian ini membandingkan tiga model utama, yaitu model linier, model geometrik, dan model eksponensial, guna mengidentifikasi pendekatan yang paling sesuai dengan karakteristik wilayah studi. Untuk melakukan proyeksi jangka panjang, penelitian ini mengadopsi konsep integral tak wajar, yang memungkinkan analisis pertumbuhan penduduk dalam jangka waktu tak terbatas. Data yang diperoleh berasal dari BPS (Badan Pusat Statistik): Link: <https://siantarkota.bps.go.id/id/statistics-table/2/MzEjMg==/penduduk-per-kecamatan.html>

Validasi hasil integrasi dilakukan melalui uji statistik serta perbandingan dengan proyeksi resmi dari Bappenas. Selain itu, penelitian ini turut mempertimbangkan faktor kependudukan seperti migrasi, angka kelahiran, dan tingkat kematian guna meningkatkan keakuratan prediksi. Analisis spasial juga diterapkan menggunakan sistem informasi geografis untuk memvisualisasikan distribusi pertumbuhan penduduk hingga tingkat kecamatan, agar nantinya bisa memberikan pengetahuan yang lebih mendalam terhadap pola perkembangan kota. Dengan metodologi yang menyeluruh ini, penelitian ini tidak hanya memberikan estimasi kuantitatif yang akurat, tetapi juga menyajikan landasan ilmiah yang dapat dimanfaatkan dalam perencanaan pembangunan berkelanjutan di Kota Pematang Siantar.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pertumbuhan penduduk merupakan masalah pembangunan nasional yang sangat sulit untuk dipecahkan. Laju pertumbuhan penduduk masih tinggi ini menjadi permasalahan dimasa yang akan datang. Keadaan ini menyebabkan besarnya jumlah penduduk, tingkat pengangguran tinggi, dan penyebaran penduduk yang tidak sesuai dengan sumberdaya alamnya. Dampak yang wajar dari struktur yang perkembangan dari laju pertumbuhan penduduk adalah melimpahnya angkatan kerja. Sementara itu keterbatasan kesempatan kerja untuk menampung jumlah angkatan kerja yang besar mengakibatkan terjadinya tingkat pengangguran yang tinggi. Salah satu dari pemecahan masalah dari peningkatan penduduk

adalah biasanya beberapa dari sebagian masyarakat akan melakukan migrasi (View of Analisis Faktor-Faktor Yang Menentukan Minat Migrasi Penduduk Sirkuler Ke Kota Sumbawa, n.d.)

Dari data yang sudah tersedia akan di analisis dengan metode integral tak wajar. Sebagaimana penjelasan berikut :

Data Jumlah Penduduk Tahun 2022-2023 Pematang Siantar

Berikut adalah data jumlah penduduk ditiap kecamatan di Kota Pematang Siantar dari tahun 2022-2023.

Tabel 1. Data jumlah penduduk ditiap kecamatan di Kota Pematang Siantar dari tahun 2022-2023.

Kecamatan	P _{awal}	P _{akhir}
Siantar Marihat	21.425	21.484
Siantar Marimbun	21.940	21.684
Siantar Selatan	17.386	17.588
Siantar Barat	38.204	38.249
Siantar Utara	50.213	50.300
Siantar Timur	36.481	37.041
Siantar Martoba	52.679	52.705
Siantar Sitalasari	35.728	35.787

<https://siantarkota.bps.go.id/id/statistics-table/2/MzEjMg==/penduduk-per-kecamatan.html>

Laju pertumbuhan penduduk total Kota Pematangsiantar dari tahun 2022 ke 2023 dihitung menggunakan rumus dasar pertumbuhan penduduk, yaitu:

$$r = \frac{P_{akhir} - P_{awal}}{P_{awal}} \times 100\%$$

Tabel 2. Data jumlah penduduk ditiap kecamatan di Kota Pematang Siantar dari tahun 2022-2023 setelah menghitung laju pertumbuhan penduduk r (%).

Kecamatan	P _{awal}	P _{akhir}	Laju Pertumbuhan Penduduk r (%)
Siantar Marihat	21.425	21.484	0.28%
Siantar Marimbun	21.940	21.684	-1.17%
Siantar Selatan	17.386	17.588	1.16%
Siantar Barat	38.204	38.249	0.12%
Siantar Utara	50.213	50.300	0.17%
Siantar Timur	36.481	37.041	1.53%
Siantar Martoba	52.679	52.705	0.05%
Siantar Sitalasari	35.728	35.787	0.17%
Total	274.056	274.838	0.29%

Berdasarkan data yang tersedia, jumlah penduduk pada tahun 2022 (P_{awal}) adalah 274.056 jiwa, dan pada tahun 2023 (P_{akhir}) meningkat menjadi 274.838 jiwa. Selisih antara keduanya menunjukkan bahwa terjadi pertambahan penduduk sebanyak 782 jiwa. Maka, laju pertumbuhan penduduk total dihitung sebagai berikut:

$$r = \frac{274.838 - 274.056}{274.056} \times 100\%$$

$$r = \frac{782}{274.056} \times 100\%$$

$$r = 0.29 \%$$

Dari tabel di atas terlihat secara keseluruhan bahwa pertumbuhan penduduk bersifat positif, dengan $r \approx 0,0029$ (atau 0,29%). Untuk menganalisis apakah populasi akan terus bertambah dalam jangka panjang atau justru mengalami stagnasi, dapat digunakan model eksponensial pertumbuhan. Selanjutnya, pendekatan integral tak wajar dapat digunakan untuk mengevaluasi kestabilan populasi dalam jangka panjang. Jika nilai integral konvergen, maka populasi diprediksi akan mencapai ambang batas; namun jika divergen, populasi berpotensi terus meningkat tanpa batas dalam model tersebut.

Mulai dengan rumus dasar pertumbuhan eksponensial:

$$\frac{dP}{dt} = rP$$

Di mana P adalah populasi, r adalah konstanta laju pertumbuhan, dan t adalah waktu. Rumus ini menyatakan bahwa laju perubahan populasi terhadap waktu ($\frac{dP}{dt}$) sebanding langsung dengan besar populasi itu sendiri (P), dengan konstanta proporsional r yang disebut laju pertumbuhan. Artinya, semakin besar populasi saat ini, semakin cepat pertumbuhannya. Pisahkan variabel:

$$\frac{1}{P} dP = r dt$$

Tujuannya adalah memisahkan variabel P dan t ke sisi yang berbeda sehingga kita bisa mengintegrasikan masing-masing terhadap variabelnya. Integralkan kedua ruas:

$$\int \frac{1}{P} dP = \int r dt$$

Hasil integrasi:

$$\ln|P| = rt + c$$

Di mana c adalah konstanta integrasi. Hilangkan logaritma dengan eksponensial:

$$|P| = e^{rt+c} = e^c \cdot e^{rt}$$

Langkah ini bertujuan untuk menyelesaikan bentuk logaritma agar memperoleh ekspresi eksplisit untuk P . Dengan menggunakan sifat eksponensial, yaitu $e^{a+b} = e^a \cdot e^b$, kita ubah persamaan menjadi bentuk perkalian antara dua eksponen. Karena e^c juga merupakan konstanta (dan selalu positif), kita menyederhanakannya dengan memberi nama P_0 , yaitu

populasi awal saat waktu $t = 0$ ini membuat rumus lebih mudah digunakan dalam perhitungan praktis.

$$P(t) = P_0 e^{rt}$$

Rumus ini menunjukkan bahwa populasi $P(t)$ pada waktu t dapat dihitung dengan menggunakan nilai awal P_0 , laju pertumbuhan r , dan waktu t . Integralkan persamaan $P(t) = P_0 e^{rt}$ menggunakan integral tak wajar.

$$\int_0^{\infty} P(t) dt = \int_0^{\infty} P_0 e^{rt} dt$$

Dalam kasus tersebut, nilai populasi awal $P_0 = 274.056$ merepresentasikan jumlah populasi pada waktu $t = 0$. Karena populasi mengalami penurunan seiring berjalannya waktu, maka laju pertumbuhan r harus diambil dalam bentuk negatif, yaitu $r = -0,0029$. Tanda negatif pada r ini menunjukkan bahwa perubahan populasi berlangsung dalam arah yang menurun, bukan meningkat. Dengan demikian, model eksponensial yang digunakan akan menghasilkan nilai $P(t)$ yang semakin kecil seiring bertambahnya waktu t , sesuai dengan sifat penurunan eksponensial. Maka didapat:

$$\int_0^{\infty} 274.056 e^{-0,0029t} dt$$

Integral dari $\int e^{at} dt = \frac{e^{at}}{a}$ sehingga menjadi

$$\left[\frac{274.056 e^{-0,0029t}}{-0,0029} \right]_0^{\infty}$$

Ketika $t \rightarrow \infty$, $e^{-0,0029t} \rightarrow 0$ akan membuat batas atas menjadi 0. Maka:

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{274.056 e^{-0,0029 \cdot \infty}}{-0,0029} \right) - \left(\frac{274.056 e^{-0,0029 \cdot 0}}{-0,0029} \right) \\ &= 0 - \left(\frac{274.056 e^0}{-0,0029} \right) \\ &= 0 - \left(\frac{274.056 \times 1}{-0,0029} \right) \\ &= 0 - (-94.502.069) \\ &= \mathbf{94.502.06} \end{aligned}$$

Maka artinya jika ada sebuah populasi yang awalnya berjumlah 274.056 orang dan terus berkurang secara perlahan sebesar 0,29% setiap satuan waktu, maka dalam jangka waktu yang sangat panjang, bahkan hingga tak hingga, jumlah total keseluruhan populasi yang pernah ada jika dijumlahkan dari waktu ke waktu akan mencapai sekitar 94.502. Ibaratnya, populasi tersebut perlahan-lahan menghilang sedikit demi sedikit seiring waktu, dan jika semua bagian

kecil dari populasi itu dikumpulkan sejak awal hingga benar-benar habis, maka total keseluruhannya adalah **94.502.06**

Data Jumlah Penduduk Tahun 2023-2024 Pematang Siantar

Berikut adalah data jumlah penduduk ditiap kecamatan di Kota Pematang Siantar dari tahun 2023-2024

Tabel 3. Data jumlah penduduk ditiap kecamatan di Kota Pematang Siantar dari tahun 2023-2024 setelah menghitung laju pertumbuhan penduduk r (%).

Kecamatan	P_{awal}	P_{akhir}	Laju Pertumbuhan Penduduk
			r (%)
Siantar Marihat	21.428	21.610	0.59%
Siantar Marimbun	21.684	22.945	5.82%
Siantar Selatan	17.588	17.074	-2.92%
Siantar Barat	38.249	37.956	-0.77%
Siantar Utara	50.300	49.810	-0.97%
Siantar Timur	37.041	36.690	-0.95%
Siantar Martoba	52.705	54.318	3.06%
Siantar Sitalasari	35.787	36.651	2.41%
Total	274.838	277.054	0.81%

Berdasarkan data yang tersedia, jumlah penduduk pada tahun 2023 (P_{awal}) adalah 274.838 jiwa, dan pada tahun 2024 (P_{akhir}) meningkat menjadi 277.054 jiwa. Selisih antara keduanya menunjukkan bahwa terjadi penambahan penduduk sebanyak 2.216 jiwa. Maka, laju pertumbuhan penduduk total dihitung sebagai berikut:

$$r = \frac{277.054 - 274.838}{274.838} \times 100\%$$

$$r = \frac{2.216}{274.838} \times 100\%$$

$$r = 0.81 \%$$

Model pertumbuhan yang digunakan tetap:

$$P(t) = P_0 e^{rt}$$

Dengan substitusi $= 274.838$ dan $r = 0.0081$, model tersebut dapat diintegrasikan untuk menghitung total populasi terakumulasi dari waktu $t = 0$ hingga $t \rightarrow \infty$, melalui:

$$\int_0^{\infty} P(t) dt = \int_0^{\infty} P_0 e^{rt} dt$$

Substitusi $P_0 = 274.838$ dan $r = -0.0081$ (dalam bentuk desimal). Maka didapat:

$$\int_0^{\infty} 274.838 e^{-0.0081t} dt$$

Integral dari $\int e^{at} dt = \frac{e^{at}}{a}$ sehingga menjadi

$$\left[\frac{274.838e^{-0,0081t}}{-0,0081} \right]_0^{\infty}$$

Ketika $t \rightarrow \infty$, $e^{-0,0081t} \rightarrow 0$ akan membuat batas atas menjadi 0. Maka:

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{274.838e^{-0,0081 \cdot \infty}}{-0,0081} \right) - \left(\frac{274.838e^{-0,0081 \cdot 0}}{-0,0081} \right) \\ &= 0 - \left(\frac{274.838e^0}{-0,0081} \right) \\ &= 0 - \left(\frac{274.838 \times 1}{-0,0081} \right) \\ &= 0 - (-33.930.616) \\ &= \mathbf{33.930.616} \end{aligned}$$

Artinya jika ada sebuah populasi yang awalnya berjumlah 274.838 dan mengalami penurunan secara perlahan sebesar 0,81% setiap satuan waktu, maka dalam jangka waktu yang sangat panjang, bahkan hingga tak hingga, jumlah total keseluruhan populasi yang pernah ada jika dijumlahkan dari waktu ke waktu akan mencapai sekitar 33.930.616. Ibaratnya, populasi tersebut perlahan-lahan menghilang sedikit demi sedikit seiring berjalannya waktu, dan jika setiap bagian kecil dari populasi itu dikumpulkan sejak awal hingga benar-benar habis, maka total keseluruhannya adalah 33.930.616.

Data Jumlah Penduduk Tahun 2024-2025 Pematang Siantar

Berikut adalah data jumlah penduduk di tiap kecamatan di Kota Pematang Siantar dari tahun 2024-2025:

Tabel 4. Data jumlah penduduk di tiap kecamatan di Kota Pematang Siantar dari tahun 2024-2025 setelah menghitung laju pertumbuhan penduduk r (%).

Kecamatan	P_{awal}	P_{akhir}	Tingkat Pertumbuhan r (%)
Siantar Marihat	21.610	21.769	0.74%
Siantar Marimbun	22.945	23.537	2.58%
Siantar Selatan	17.074	16.972	-0.60%
Siantar Barat	37.956	37.948	-0.02%
Siantar Utara	49.810	49.761	-0.10%
Siantar Timur	36.690	36.654	-0.10%
Siantar Martoba	54.318	55.322	1.85%
Siantar Sitalasari	36.651	37.235	1.59%
Total	277.838	279.198	0.49%

Berdasarkan data yang tersedia, jumlah penduduk pada tahun 2024 (P_{awal}) adalah 277.838 jiwa, dan pada tahun 2025 (P_{akhir}) meningkat menjadi 279.198 jiwa. Selisih antara keduanya menunjukkan bahwa terjadi penambahan penduduk sebanyak 1.360 jiwa. Maka, laju pertumbuhan penduduk total dihitung sebagai berikut:

$$r = \frac{279.198 - 277.838}{277.838} \times 100\%$$

$$r = \frac{1.360}{277.838} \times 100\%$$

$$r = 0.49 \%$$

Cara penyelesaian ini berasal dari sumber : **(University, 2024)**

Dari tabel diatas terlihat secara keseluruhan bahwa pertumbuhan penduduk negatif, dengan $r \approx 0.0049$. Menggunakan rumus integral tak wajar untuk menganalisis apakah populasi akan tetap ada dalam waktu jangka panjang atau malah akan mengalami kepunahan. Menggunakan model eksponensial

$$P(t) = P_0 e^{rt}$$

Total perubahan populasi dalam rentang waktu yang sangat panjang (hingga tak hingga) diberikan sebagai berikut :

$$\int_0^{\infty} P(t) dt = \int_0^{\infty} P_0 e^{rt} dt$$

Substitusi $P_0 = 278.325$ dan $r = -0,0049$ (dalam bentuk desimal). Maka didapat:

$$\int_0^{\infty} 277.838 e^{-0,0049t} dt$$

Integral dari $\int e^{at} dt = \frac{e^{at}}{a}$ sehingga menjadi

$$\left[\frac{277.838 e^{-0,0049t}}{-0,0049} \right]_0^{\infty}$$

Ketika $t \rightarrow \infty$, $e^{-0,0049t} \rightarrow 0$ akan membuat batas atas menjadi 0. Maka:

$$= \left(\frac{277.838 e^{-0,0049 \infty}}{-0,0049} \right) - \left(\frac{277.838 e^{-0,0049 \cdot 0}}{-0,0049} \right)$$

$$= 0 - \left(\frac{277.838 e^0}{-0,0049} \right)$$

$$= 0 - \left(\frac{277.838 \times 1}{-0,0049} \right)$$

$$= 0 - (-56.702.653)$$

$$= \mathbf{56.702.653}$$

Jika sebuah populasi awalnya berjumlah 277.838 dan mengalami penurunan secara perlahan sebesar 0,49% setiap satuan waktu, maka dalam jangka waktu yang sangat panjang, bahkan hingga tak hingga, jumlah total keseluruhan populasi yang pernah ada jika dijumlahkan dari waktu ke waktu akan mencapai sekitar 56.702.653. Ibaratnya, populasi tersebut terus berkurang sedikit demi sedikit seiring berjalannya waktu, dan jika seluruh bagian kecil dari

populasi itu dikumpulkan sejak awal hingga benar-benar habis, maka total keseluruhan akumulasinya adalah sebesar 56.702.653.

Perubahan Laju Pertumbuhan (r) Antar Tahun

Untuk melihat bagaimana laju pertumbuhan berubah antar tahun, kita menghitung selisih antara nilai r untuk periode berturut-turut.

Perubahan antara 2022–2023 dan 2023–2024:

$$r_{2023-2024} - r_{2022-2023} = 0.81\% - 0.29\% = 0.52\%$$

Terdapat peningkatan sebesar 0,52% dalam laju pertumbuhan antara periode 2022–2023 dan 2023–2024, yang menunjukkan bahwa pada periode 2023–2024 terjadi peningkatan lebih besar dalam pertumbuhan penduduk.

Perubahan antara 2023–2024 dan 2024–2025

$$r_{2024-2025} - r_{2023-2024} = 0.49\% - 0.81\% = -0.32\%$$

Terdapat penurunan sebesar 0,32% dalam laju pertumbuhan antara periode 2023–2024 dan 2024–2025, yang menunjukkan bahwa pertumbuhan penduduk mengalami penurunan yang signifikan pada periode ini.

Maka rata-rata perubahan laju penduduk dari keduanya adalah sebagai berikut:

$$\text{Rata - Rata Perubahan} = \frac{0.52\% + (-0.32\%)}{2} = \frac{0.20\%}{2} = 0.10\%$$

Rata-rata perubahan sebesar 0,10% menunjukkan bahwa jumlah penduduk secara keseluruhan sedikit bertambah, walaupun kadang naik turun.

Prediksi Laju Pertumbuhan untuk 2025–2026

Untuk mengetahui perkiraan laju pertumbuhan penduduk pada tahun 2025–2026, dilakukan prediksi berdasarkan data pertumbuhan tahun-tahun sebelumnya, yaitu:

$$r_{2025-2026} = r_{2024-2025} + \text{Rata - Rata Perubahan} = 0.49\% + 0.10\% = 0.59\%$$

Laju pertumbuhan penduduk yang diperkirakan untuk tahun 2025 hingga 2026 adalah sebesar 0,59%. Angka ini menunjukkan bahwa jumlah penduduk diprediksi akan terus bertambah, dan peningkatannya lebih tinggi dibandingkan tahun sebelumnya.

Untuk memprediksi total penduduk di Pematang Siantar pada tahun 2026 maka kita gunakan Rumus Pertumbuhan Eksponensial, yaitu:

$$P(t) = P_0 e^{rt}$$

Untuk melakukan prediksi jumlah penduduk pada tahun 2026, digunakan rumus pertumbuhan eksponensial dengan beberapa parameter yang telah diketahui. Nilai $P_0 = 279.198$ menunjukkan populasi pada tahun 2025 yang menjadi dasar perhitungan. Sementara itu, laju pertumbuhan yang diprediksi adalah $r = 0,0059$ atau setara dengan 0,59%, yang

menunjukkan adanya peningkatan jumlah penduduk dari tahun sebelumnya. Karena prediksi ini hanya untuk satu tahun ke depan, maka nilai waktu yang digunakan adalah $t = 1$.

$$P(t1) = 279.198e^{0.0059}$$

$$P(t1) = 279.198 \cdot 1.005917$$

$$P(1) = 280.850$$

Dalam bagian prediksi jumlah penduduk tahun 2026, nilai $r = 0,0059$ tidak dinegatifkan karena kita sedang memodelkan pertumbuhan, bukan penurunan. Nilai positif dari r (0,59%) menunjukkan bahwa jumlah penduduk diprediksi akan meningkat dari tahun 2025 ke 2026.

Prediksi Kepunahan Untuk memperkirakan Total Populasi Kumulatif Tahun 2026

Untuk memprediksi total populasi dalam jangka panjang ketika laju pertumbuhan bersifat negatif (penurunan populasi atau kepunahan), kita dapat menggunakan bentuk integral eksponensial tak wajar. Total perubahan populasi dalam rentang waktu yang sangat panjang (hingga tak hingga) diberikan sebagai berikut :

$$\int_0^{\infty} P(t)dt = \int_0^{\infty} P_0 e^{rt} dt$$

Substitusi $P_0 = P(1) = 280.850$ dan $r = -0,0059$ (dalam bentuk desimal). Maka didapat:

$$\int_0^{\infty} 280.850 e^{-0,0059t} dt$$

Integral dari $\int e^{at} dt = \frac{e^{at}}{a}$ sehingga menjadi

$$\left[\frac{280.850 e^{-0,0059t}}{-0,0059} \right]_0^{\infty}$$

Ketika $t \rightarrow \infty$, $e^{-0,0059t} \rightarrow 0$ akan membuat batas atas menjadi 0. Maka:

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{280.850 e^{-0,0059 \infty}}{-0,0059} \right) - \left(\frac{280.850 e^{-0,0059 \cdot 0}}{-0,0059} \right) \\ &= 0 - \left(\frac{280.850 e^0}{-0,0059} \right) \\ &= 0 - \left(\frac{280.850 \times 1}{-0,0059} \right) \\ &= 0 - (-47.601.695) \\ &= \mathbf{47.601.695} \end{aligned}$$

Jika sebuah populasi awalnya berjumlah 280.850 dan mengalami penurunan secara perlahan sebesar 0,59% setiap satuan waktu, maka dalam jangka waktu yang sangat panjang bahkan hingga tak hingga jumlah total keseluruhan populasi yang pernah ada jika dijumlahkan dari waktu ke waktu akan mencapai sekitar 47.601.695.

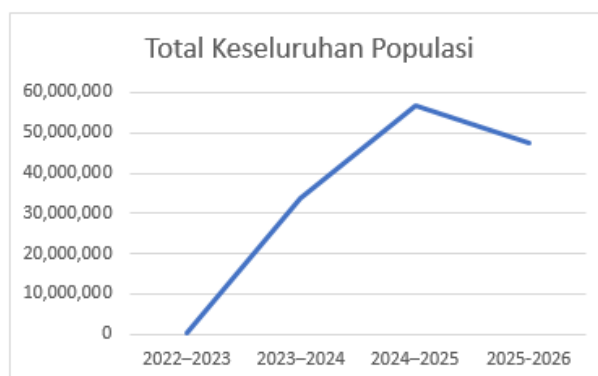
Ibaratnya, populasi tersebut terus berkurang sedikit demi sedikit seiring berjalannya waktu. Walaupun setiap saat yang berlalu jumlahnya makin kecil, bila seluruh bagian kecil dari populasi itu dikumpulkan sejak awal hingga benar-benar habis, maka total keseluruhan akumulasinya akan sebesar 47.601.695 jiwa.

Analisis Data Total Keseluruhan Populasi (2022–2026)

Tabel 5. Data Total Keseluruhan Populasi (2022–2026).

Tahun	Jumlah Keseluruhan Populasi
2022 - 2023	94.502
2023 - 2024	33.930.616
2024 - 2025	56.702.653
2025 - 2026	47.601.695

Berdasarkan data total keseluruhan populasi dari tahun 2022 hingga 2026, terlihat adanya pola perubahan yang cukup signifikan dari tahun ke tahun. Pada periode 2022–2023, total populasi yang tercatat hanya sebesar 94.502, namun kemudian melonjak tajam menjadi 33.930.616 pada 2023–2024. Peningkatan ini berlanjut dan mencapai puncaknya pada tahun 2024–2025 sebesar 56.702.653 jiwa. Akan tetapi, pada periode 2025–2026, data menunjukkan adanya penurunan total populasi menjadi 47.601.695. Penurunan ini mengindikasikan adanya perlambatan atau bahkan kontraksi dalam pertumbuhan penduduk. Jika laju pertumbuhan ini terus menurun, maka hal ini dapat berpengaruh pada dinamika sosial dan ekonomi dalam jangka panjang. Secara keseluruhan, data ini menggambarkan bahwa meskipun populasi sempat mengalami pertumbuhan yang sangat cepat, terdapat kemungkinan bahwa populasi akan memasuki fase stabil atau menurun. Oleh karena itu, penting untuk memperhatikan faktor-faktor yang memengaruhi tren ini, seperti angka kelahiran, kematian, migrasi, dan kebijakan pemerintah yang berkaitan dengan kependudukan.



Gambar 1. Grafik Data Total Keseluruhan Populasi (2022–2026).

Melalui gambar grafik diatas dinyatakan sebagai Laju pertumbuhan Kota Pematang Siantar mulai dari tahun 2022-2026 meningkat pesat, dengan di tandai garis grafik yang menjulang tinggi (warna biru).

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Penelitian ini menyimpulkan berdasarkan analisis data dan pemodelan matematika menggunakan integral tak wajar bahwa laju pertumbuhan penduduk Kota Pematang Siantar berfluktuasi dengan rata-rata perubahan 0,10 % per tahun . Prediksi pertumbuhan sebesar 0,59 % pada tahun 2025-2026 menunjukkan bahwa kebijakan kependudukan yang tepat diperlukan . Hasil integral tak beraturan juga menunjukkan bahwa jika laju pertumbuhan negatif, total populasi kumulatif dapat mencapai puluhan juta dalam jangka panjang . Untuk mendukung perencanaan pembangunan yang berkelanjutan , disarankan agar pemerintah daerah memperkuat sistem data kependudukan, mengintegrasikan faktor sosial-ekonomi ke dalam analisis, dan meningkatkan program edukasi masyarakat tentang pengendalian pertumbuhan penduduk.

DAFTAR REFERENSI

- Apriandi, D., & Krisdiana, I. (2016). Analisis kesulitan mahasiswa dalam memahami materi integral lipat dua pada koordinat polar mata kuliah kalkulus lanjut. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 7(2), 123–134. <https://doi.org/10.24042/ajpm.v7i2.19>
- Arif, A. F. N., & Nurwati, N. (2022). Pengaruh konsentrasi penduduk Indonesia di Pulau Jawa terhadap kesejahteraan masyarakat. *Jurnal Ilmu Kesejahteraan Sosial HUMANITAS*, 4(1), 54–70. <https://doi.org/10.23969/humanitas.v4i1.3920>
- Badan Pusat Statistik Kota Pematangsiantar. (n.d.). *Penduduk per kecamatan*. <https://siantarkota.bps.go.id/id/statistics-table/2/MzEjMg==/penduduk-per-kecamatan.html>
- Damanik, D., & Purba, E. (2022). Pengaruh jumlah penduduk dan indeks pembangunan manusia terhadap pertumbuhan ekonomi Kota Pematangsiantar. *Jurnal Edueco*, 5(1), 1–8. <https://jurnal.peko.uniba-bpn.ac.id/index.php/Edueco/article/view/83>
- Docworkspace. (n.d.). [Dokumen online]. <https://sg.docworkspace.com/d/sIN2u472uAYewncAG?lg=in-ID&sa=601.1074&ps=1&fn=229336807.pdf>
- Dwi Puspa, K. I. (2016). Analisis pengaruh pertumbuhan ekonomi, pertumbuhan penduduk dan inflasi terhadap tingkat kemiskinan di Jawa Timur tahun 2004–2014. *Jurnal Ekonomi dan Bisnis*, 1(2), 165–175. <https://core.ac.uk/download/pdf/196255896.pdf>
- Kurniawati, E., & Sugiyanto, C. (2021). Pengaruh struktur umur penduduk terhadap pertumbuhan ekonomi di Indonesia. *Jurnal Ekonomi dan Pembangunan Indonesia*, 21(1), 41–58. <https://doi.org/10.21002/jepi.2021.04>

- Muliyah, P., Aminatun, D., Nasution, S. S., Hastomo, T., & Sitepu, S. S. W. (2020). [Judul tidak tersedia]. *Journal GEEJ*, 7(2), 58–63.
- Prihandono, B., & Intisari, Y. (2024). Penyelesaian integral tak wajar secara numerik menggunakan metode trapesium. *Buletin Ilmiah Math. Stat. dan Terapannya (Bimaster)*, 13(1), 81–88.
- Purwadi, P., Ramadhan, P. S., & Safitri, N. (2019). Penerapan data mining untuk mengestimasi laju pertumbuhan penduduk menggunakan metode regresi linier berganda pada BPS Deli Serdang. *Jurnal SAINTIKOM (Jurnal Sains Manajemen Informatika dan Komputer)*, 18(1), 55. <https://doi.org/10.53513/jis.v18i1.104>
- Ramadhani, R., & Siagian, P. (2021). Proyeksi dampak pertumbuhan penduduk Provinsi Sumatera Utara, Jepang, dan Belanda di tahun 2035: Analisis geometri dan eksponensial. [Nama jurnal tidak disebutkan], 6(1), 38–48.
- Sari, A. P., Rahmadini, G., Carlina, H., Ramadan, M. I., & Pradani, Z. E. (2023). Analisis masalah kependudukan di Indonesia. *Journal of Economic Education*, 2(1), 29–37. <https://online-journal.unja.ac.id/JEec/article/view/23180>
- Tambun, L. H., Sea, D., Zulfikar, M., Andiny, P., & Safuridar, S. (2023). Pengaruh infrastruktur terhadap pertumbuhan ekonomi di Indonesia. *Akuntansi*, 2(4), 288–301. <https://doi.org/10.55606/akuntansi.v2i4.1421>
- University, C. Q. (2024). How do you calculate annual growth rates? *Future Learn*. <https://www.futurelearn.com/info/courses/introduction-to-environmental-science/0/steps/270677>
- View of analisis faktor-faktor yang menentukan minat migrasi penduduk sirkuler ke Kota Sumbawa. (n.d.). [Nama jurnal tidak disebutkan]. [https://\[URL tidak lengkap\]](https://[URL tidak lengkap])
- Wahyuni, A., Kurniawan, P., Waluya, S. B., & Cahyono, A. N. (2019). Analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral. *Seminar Nasional Edusainstek*, 2010, 623–629. <http://prosiding.unimus.ac.id>
- Wikipedia. (2023, April 27). *Penurunan jumlah penduduk*. Wikipedia bahasa Indonesia. https://id.wikipedia.org/wiki/Penurunan_jumlah_penduduk